

# Journées Automatique et Automobile de Bordeaux

## Novembre 2003

### Sur la Commande d'un Actionneur Électromagnétique de Positionnement de Soupape\*

J. Lévine et L. Praly

Centre Automatique et Systèmes

École des Mines de Paris

35 rue Saint-Honoré, 77300 Fontainebleau, France

E-mail: Jean.Levine@ensmp.fr

## Résumé

Cette étude concerne la commande d'un actionneur électromagnétique devant remplacer l'arbre à cames, c'est-à-dire pilotant l'ouverture et la fermeture des soupapes. Ces actions doivent se faire rapidement et sans claquement, ce qui exige des vitesses très faibles en phase terminale, alors que la force délivrée par les électro-aimants est particulièrement mal connue dans cette phase où l'entrefer est presque nul. Nous élaborons une trajectoire de référence et une loi de bouclage utilisant un observateur pour réaliser ces manœuvres.

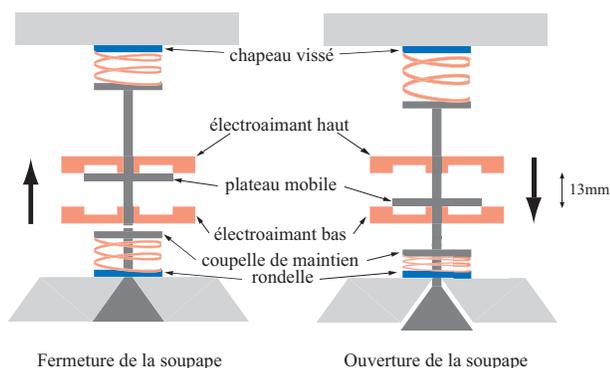


FIG. 1 – L'actionneur en phase de fermeture de la soupape (à droite) et d'ouverture (à gauche).

## 1 Introduction

Le remplacement de l'arbre à came par un système électromécanique constitué, au niveau de chaque piston, d'une paire d'électroaimants, permettant de positionner un plateau, et d'une paire de ressorts (voir Figure 1), semble prometteur tant au niveau énergétique

qu'au plan de la facilité de production et pourrait permettre une souplesse accrue au niveau de la commande moteur. Des prototypes de tels systèmes ont été mis au point et testés par de nombreux constructeurs comme Ford ou PSA et leurs équipementiers.

Cependant, ces systèmes présentent généralement le désavantage de produire des claquements inacceptables lors de l'ouverture et de la fermeture des soupapes, dus au fait que ces dernières arrivent à vitesse trop élevée à la position désirée. Ce phénomène résulte du fait que la force produite par les électroaimants lorsque le plateau est en fin de course, ou ce qui revient au même, lorsque l'entrefer décroît vers 0, devient brutalement très grande, d'une intensité très mal connue.

Ce système présente d'autres difficultés comme le fait que la commande n'agit que sur une distance très courte, la force principale jusqu'à quelques millimètres de la position finale étant produite par les ressorts, ou comme le fait que la puissance électrique est limitée et entre facilement en saturation.

Le problème a été étudié de diverses façons, notamment par l'approche de la commande répétitive [1, 2]. Nous proposons une autre perspective par le biais de la commande non linéaire. Plus précisément, notre réflexion a porté sur la planification de trajectoire du plateau (ou, ce qui revient au même, de la soupape) et sur sa stabilisation robuste utilisant la méthode de la variété invariante et un observateur réduit de la vitesse, pour assurer l'ouverture ou la fermeture rapides de la soupape et son atterrissage en douceur, la force nécessaire à l'arrivée et au maintien de la position d'équilibre étant très mal connue.

\*Travail financé par PSA

## 2 Modèle de l'actionneur

Notons  $x$  la position du plateau et  $v$  sa vitesse,  $i$  le courant traversant la bobine,  $m$  la masse du plateau. La dynamique du plateau est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x} = v, \\ \dot{v} = -\frac{k}{m}x - \frac{c_f}{m}v + s\frac{M}{m}\frac{i^2}{(N-sx)^2}, \end{cases} \quad (1)$$

où  $s = 1$  pour la fermeture et  $s = -1$  pour l'ouverture<sup>1</sup>, et avec, si l'on néglige les pertes magnétiques :

$$\frac{M}{(N-sx)} = n^2\Lambda, \quad (2)$$

$\Lambda$  étant la perméance électromagnétique et  $n$  le nombre de tours de la bobine. Notons que les constantes  $M$  et surtout  $N$  sont mal connues.

Le flux magnétique  $\varphi$  traversant le plateau est donné par :

$$\varphi = 2n\Lambda i = \mu_0 S \frac{ni}{N-sx} \quad (3)$$

et sa dynamique est :

$$\dot{\varphi} = \frac{1}{n}u - \frac{r}{2n^2\Lambda}\varphi \quad (4)$$

où  $r$  est la résistance de la bobine et  $u$  la tension aux bornes de cette dernière.

Notons  $\Phi$  la racine carrée de l'accélération électromagnétique, i.e. :

$$\Phi^2 = \frac{M}{m}\frac{i^2}{(N-sx)^2}. \quad (5)$$

Nous avons donc :

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2m\mu_0 S}}\varphi = \frac{n}{2\sqrt{mM}}\varphi. \quad (6)$$

Ceci montre que cette racine carrée est proportionnelle au flux. Nous pourrions abusivement l'appeler flux par la suite. Sa dynamique est :

$$\dot{\Phi} = \frac{1}{n\sqrt{2m\mu_0 S}}u - \frac{r(N-sx)}{n^2\mu_0 S}\Phi \quad (7)$$

Le modèle complet, exprimé par rapport aux variables  $(x, v, \Phi)$ , est donc donné par :

$$\begin{cases} \dot{x} = v \\ \dot{v} = -\frac{k}{m}x - \frac{c_f}{m}v + s\Phi^2 \\ \dot{\Phi} = \frac{1}{2\sqrt{mM}}u - \frac{r}{2M}(N-sx)\Phi. \end{cases} \quad (8)$$

D'après (3) ou (5), l'intensité est soumise à la contrainte d'état :

$$|i| = \sqrt{\frac{m}{M}}|\Phi(N-sx)| \leq i_{\max} \quad (9)$$

et la tension est soumise à la contrainte :

$$|u| \leq u_{\max} \quad (10)$$

En pratique, nous n'avons pas accès à la dynamique électrique de  $\varphi$  ou  $\Phi$ . La commande externe est le courant. La commande interne étant la tension, un asservissement de courant est mis en œuvre. Il commande un hacheur fournissant la tension et ayant pour objectif d'assigner au courant  $i$  la valeur de consigne demandée.

## 3 Planification de trajectoire

Nous cherchons une trajectoire  $(x_r(t), v_r(t), \Phi_r(t), u_r(t))$  satisfaisant (8), (9) et (10) et :

1. quittant la trajectoire en boucle ouverte assez tôt.
2. ayant un contact jusqu'à l'ordre 3 avec la boucle ouverte.
3. ayant une forme assez tendue.
4. ayant un comportement satisfaisant :

$$\lim_{x \rightarrow \bar{x}} \frac{v}{x - \bar{x}} = \bar{v}' \quad (11)$$

où  $\bar{v}'$  est libre et où  $\bar{x}$  est la position finale souhaitée au delà du support et donnée par :

$$\bar{x} = x_s + \frac{v_s}{\bar{v}'} \quad (12)$$

où  $x_s$  est la position du support et  $v_s$  est la vitesse tolérée à l'impact sur le support.

Si nous ajoutons la contrainte que la fonction  $x : t \mapsto x_r(t)$  est une bijection, la trajectoire peut être décrite par  $x \mapsto (\vartheta(x), \phi(x), \nu(x))$  avec par définition :

$$\begin{cases} \vartheta(x_r(t)) = v_r(t) \\ \phi(x_r(t)) = \Phi_r(t) \\ \nu(x_r(t)) = u_r(t). \end{cases} \quad (13)$$

L'intérêt de cette paramétrisation par rapport à la position  $x$  est double :

1. Elle permet de se défaire du temps.

<sup>1</sup>Nous avons donc  $s^2 = 1$ .

2. Pour le système (8),  $x$  est une sortie plate. En imposant le comportement de  $x$ , nous imposons de façon unique celui du reste du système. Le comportement que nous voulons imposer est :

$$t \mapsto (x_r(t), v_r(t), \Phi_r(t), u_r(t)). \quad (14)$$

Mais avec la paramétrisation en  $x$ , il peut être déduit du système autonome :

$$\dot{x} = \vartheta(x). \quad (15)$$

En effet :

$$\widehat{\dot{\phi}(x)} = \vartheta'(x)\vartheta(x), \quad (16)$$

$$= -\frac{k}{m}x - \frac{c_f}{m}\vartheta(x) + s\phi(x)^2, \quad (17)$$

et donc :

$$\phi(x)^2 = s\vartheta'(x)\vartheta(x) + s\frac{k}{m}x + s\frac{c_f}{m}\vartheta(x). \quad (18)$$

De même nous avons, en supposant les contraintes vérifiées :

$$\begin{aligned} \widehat{\dot{\phi}(x)} &= \phi'(x)\vartheta(x), \\ &= \frac{1}{2\sqrt{m\widehat{M}}}\nu(x) - \frac{r}{2\widehat{M}}(\widehat{N} - sx)\phi(x) \end{aligned} \quad (19)$$

où  $\widehat{M}$  et  $\widehat{N}$  sont des estimées (dans un sens à préciser) de  $M$  et  $N$  respectivement, leurs valeurs exactes n'étant pas connues. On a donc, si la trajectoire  $x \mapsto \vartheta(x)$  satisfait les contraintes :

$$\nu(x) = 2\sqrt{m\widehat{M}}\phi'(x)\vartheta(x) + r\sqrt{\frac{m}{\widehat{M}}}(\widehat{N} - sx)\phi(x). \quad (20)$$

Notons que les valeurs estimées de  $M$  et  $N$  ne sont nécessaires que pour le calcul de la consigne  $\nu(x)$ . Elles n'interviennent ni dans la trajectoire de consigne  $v = \vartheta(x)$ , ni dans l'expression du flux nominal  $\phi(x)$ .

Il reste donc à déterminer la courbe  $v = \vartheta(x)$ .

Au démarrage, on se donne la position initiale  $x_0$ . La vitesse initiale  $v_0$  s'en déduit puisque nous devons partir de la trajectoire en boucle ouverte. L'intensité initiale du courant est nulle, i.e.  $i_0 = 0$  puisque l'électro-aimant est au repos. Par contre on se donne la tension initiale  $u_0$ . On doit donc avoir :

$$\vartheta(x_0) = v_0, \quad \phi(x_0) = 0 \quad (21)$$

et, d'après (16),

$$\vartheta'(x_0) = -\frac{k}{m}\frac{x_0}{v_0} - \frac{c_f}{m} \triangleq v'_0. \quad (22)$$

En outre, d'après (19),

$$\phi'(x_0) = \frac{1}{2\sqrt{m\widehat{M}}}\left(\frac{u_0}{v_0}\right). \quad (23)$$

En dérivant deux fois (16), on obtient :

$$\vartheta''(x_0) = -\frac{1}{v_0}\left(v'_0\left(v'_0 + \frac{c_f}{m}\right) + \frac{k}{m}\right) \triangleq v''_0 \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \vartheta'''(x_0) &= -\frac{1}{v_0}\left[v''_0\left(3v'_0 + \frac{c_f}{m}\right) - 2s\phi'^2(x_0)\right] \\ &\triangleq v'''_0. \end{aligned} \quad (25)$$

La donnée de  $x_0$  et de  $u_0$  impose donc celle de  $v_0$  et  $i_0$  et la donnée de  $\vartheta(x_0)$ ,  $\vartheta'(x_0)$ ,  $\vartheta''(x_0)$  et  $\vartheta'''(x_0)$ .

À l'arrivée à la position  $x_1 = \bar{x}$ , la vitesse  $v_1$  est nulle et donc donnée, i. e. :

$$\vartheta(x_1) = v_1. \quad (26)$$

Pour mieux contrôler l'atterrissage, nous imposons aussi la pente  $v'_1$  et la courbure  $v''_1$  finales, i.e. :

$$\vartheta'(x_1) = v'_1, \quad \vartheta''(x_1) = v''_1. \quad (27)$$

Rappelons qu'avec ces notations nous calculons  $x_1$  comme :

$$x_1 = \bar{x} = x_s + \frac{v_s}{v'_1}, \quad (28)$$

où  $x_s$  est la position du support et  $v_s$  est la vitesse tolérée à l'impact sur le support.

On peut alors construire la trajectoire  $x \mapsto \vartheta(x)$  par interpolation. Comme nous avons 4 conditions initiales et 3 conditions finales,  $\vartheta$  peut être obtenu comme un polynôme en  $x$  de degré 6 :

$$\begin{aligned} \vartheta(x) &= v_0 + v'_0 X \xi(x) + \frac{v''_0}{2} X^2 \xi^2(x) \\ &+ \frac{v'''_0}{6} X^3 \xi^3(x) + a_4 \xi^4(x) \\ &+ a_5 \xi^5(x) + a_6 \xi^6(x) \end{aligned} \quad (29)$$

avec  $X = x_1 - x_0 = \bar{x} - x_0$ ,  $\xi(x) = \frac{x-x_0}{X}$ , les coefficients  $a_4, a_5, a_6$  étant donnés par :

$$\left\{ \begin{aligned} a_4 &= 15(v_1 - v_0) - 5(v'_1 + 2v'_0)X \\ &+ \frac{1}{2}(v''_1 - 6v''_0)X^2 - \frac{1}{2}v'''_0 X^3 \\ a_5 &= -24(v_1 - v_0) + 3(3v'_1 + 5v'_0)X \\ &- (v''_1 - 4v''_0)X^2 + \frac{1}{2}v'''_0 X^3 \\ a_6 &= 10(v_1 - v_0) - 2(2v'_1 + 3v'_0)X \\ &+ \frac{1}{2}(v''_1 - 3v''_0)X^2 - \frac{1}{6}v'''_0 X^3. \end{aligned} \right. \quad (30)$$

Si  $t_0$  est le temps qu'il faut pour aller du support précédent à la position  $x_0$  d'où part la fonction  $\vartheta$ , le temps de transfert total est :

$$T = t_0 + \int_{x_0}^{x_s} \frac{1}{\vartheta(\xi)} d\xi \quad (31)$$

puisque :

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{\vartheta(x)}. \quad (32)$$

Notons aussi que l'intégrale ci-dessus est arrêtée au moment où on arrive au support, donc à la position  $x_s$ . Nous n'avons donc pas de problème de divergence puisque  $\vartheta$  ne s'annule qu'en  $x = x_1$ , i. e. au delà de  $x_s$ .

En pratique, pour définir la fonction  $\vartheta$ , nous avons 4 paramètres à choisir  $x_0, u_0, v'_1$  et  $v''_1, v_0$  se déduisant de la boucle ouverte au passage par  $x_0$ . Ces paramètres doivent être tels que les contraintes sur  $i$  et  $u$  soient satisfaites et que le temps de transfert  $T$  en (31) soit le plus court possible. Pour ce qui est de la saturation, nous avons observé que le problème est plutôt du côté de  $x_0$ . En choisissant  $u_0 = 0$ , nous sommes plus près du comportement boucle ouverte où bien sûr il n'y a pas de saturation. Pour accélérer la phase terminale, nous avons intérêt à choisir  $|v'_1|$  le plus grand possible. Enfin, on observe que plus  $|x_0|$  est petit et plus le transfert est rapide, mais plus nous risquons des saturations vue l'inefficacité de l'actionneur à grande distance. Le choix de  $v''_1$  est arbitraire : agissant sur la courbure, il permet de simplifier quelque peu le problème des saturations.

En pratique,  $v_0$  doit être le plus grand possible au passage par  $x_0$ , Nous montrons à la figure 2, le graphe de la fonction  $\vartheta$  et les intensités et tensions associées pour le cas d'une ouverture avec les paramètres suivants :

$$\begin{aligned} x_0 &= -2 \text{ mm}, & v_0 &= -2.91 \text{ m/s}, & u_0 &= 0 \text{ V} \\ x_1 &= -4.0018 \text{ mm}, & v'_1 &= -2800 \text{ 1/s} \end{aligned}$$

La courbure  $v''_1$  n'étant ici pas imposée,  $\vartheta$  n'est en fait qu'un polynôme de degré 5 en  $x$ .

## 4 Synthèse de la commande

Les fonctions  $(\vartheta, \phi)$  que nous venons de construire définissent un ensemble invariant du système (8). En

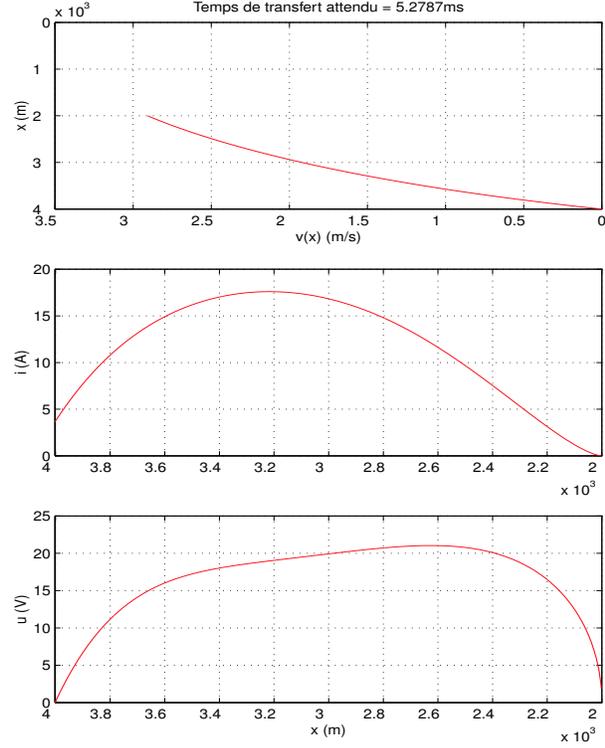


FIG. 2 – Graphe de  $\vartheta$  et courant et tension associés

effet pour toute condition initiale  $(x, v, \Phi)$  satisfaisant :

$$(v, \Phi) = (\vartheta(x), \phi(x)) \quad (33)$$

la commande :

$$u = \nu(x) \quad (34)$$

satisfait la contrainte (10) et est telle que la solution  $(x(t), v(t), \Phi(t))$  correspondante satisfait pour tout temps  $t$  :

$$(v(t), \Phi(t)) = (\vartheta(x(t)), \phi(x(t))). \quad (35)$$

De plus cette trajectoire coïncide avec la trajectoire planifiée sur le morceau correspondant.

Dans cet ensemble, la dynamique est entièrement réduite à :

$$\dot{x} = \vartheta(x) \quad (36)$$

ce qui est le comportement désiré comme nous l'avons vu plus haut. Hors de l'ensemble, la dynamique de  $x$  est :

$$\dot{x} = v = \vartheta(x) + (v - \vartheta(x)). \quad (37)$$

Le comportement désiré sera donc obtenu si nous stabilisons asymptotiquement l'ensemble  $v = \vartheta(x)$ .

Nous avons, avec (18),

$$\begin{aligned} \overline{v - \vartheta(x)} &= \left[ -\frac{k}{m}x - \frac{c_f}{m}v + s\Phi^2 \right] - \vartheta'(x)v \\ &= -s\phi(x)^2 + \left[ \vartheta'(x)\vartheta(x) + \frac{k}{m}x + \frac{c_f}{m}\vartheta(x) \right] \\ &\quad + \left[ -\frac{k}{m}x - \frac{c_f}{m}v + s\Phi^2 \right] - \vartheta'(x)v \\ &= -\left[ \vartheta'(x) + \frac{c_f}{m} \right] [v - \vartheta(x)] + s \left[ \Phi^2 - \phi(x)^2 \right]. \end{aligned} \quad (38)$$

Si  $\Phi^2$  était une commande, nous pourrions rendre l'ensemble en question stable et attractif en prenant :

$$\Phi^2 = \phi(x)^2 - sg(x) [v - \vartheta(x)] \quad (39)$$

où  $g$  est n'importe quelle fonction satisfaisant

$$g(x) + \left[ \vartheta'(x) + \frac{c_f}{m} \right] > 0. \quad (40)$$

En pratique  $\Phi$  n'est pas une commande et nous avons à la place un asservissement en courant. D'après (5), le courant correspondant à (39) est :

$$i^2 = \frac{m}{\widehat{M}} (\widehat{N} - sx)^2 (\phi(x)^2 - sg(x) [v - \vartheta(x)]), \quad (41)$$

où  $\widehat{M}$  et  $\widehat{N}$  sont des valeurs estimées de  $M$  et  $N$ . Ces estimées produisent divers effets qu'il est important de distinguer. De ce fait nous décomposons l'expression de  $i^2$  en terme constant, terme proportionnel à  $x - x_1$  et terme proportionnel à  $v$ . Avec l'expression (18) de  $\phi(x)^2$ , nous avons :

$$i^2 = s \frac{m}{\widehat{M}} (\widehat{N} - sx)^2 (\vartheta'(x)\vartheta(x) + \frac{k}{m}x + \frac{c_f}{m}\vartheta(x) - g(x)[v - \vartheta(x)]). \quad (42)$$

Comme, par construction, la fonction  $\vartheta$  s'annule en  $x_1$ , nous obtenons la décomposition :

$$\begin{aligned} i^2 &= s \frac{k}{\widehat{M}} (\widehat{N} - sx_1)^2 x_1 \\ &\quad + \frac{sk(x-x_1)}{\widehat{M}} \left[ (\widehat{N} - sx)^2 - sx_1(2\widehat{N} - s(x+x_1)) \right] \\ &\quad + \frac{sm(\widehat{N}-sx)^2}{\widehat{M}} \left[ (\vartheta'(x) + \frac{c_f}{m}) \vartheta(x) - g(x)(v - \vartheta(x)) \right]. \end{aligned} \quad (43)$$

Comme nous allons le voir dans la suite, dans le premier terme du membre de droite, les paramètres  $\widehat{M}$  et  $\widehat{N}$  en particulier contribuent à déplacer l'équilibre. Dans les autres termes, ces paramètres interviennent dans les gains de proportionnalité en position et vitesse. Ils contribuent ainsi à changer les propriétés de convergence. Du fait de ces deux rôles bien distincts, nous préférons introduire deux valeurs  $\widehat{M}_1$  et  $\widehat{N}_1$  a priori différentes de  $\widehat{M}$  et  $\widehat{N}$  respectivement. L'ex-

pression de  $i^2$  que nous retenons est donc :

$$\begin{aligned} \tilde{i}^2 &= s \frac{k}{\widehat{M}_1} (\widehat{N}_1 - sx_1)^2 x_1 \\ &\quad + \frac{sk(x-x_1)}{\widehat{M}} \left[ (\widehat{N} - sx)^2 - sx_1(2\widehat{N} - s(x+x_1)) \right] \\ &\quad + \frac{sm(\widehat{N}-sx)^2}{\widehat{M}} \left[ (\vartheta'(x) + \frac{c_f}{m}) \vartheta(x) - g(x)(v - \vartheta(x)) \right]. \end{aligned} \quad (44)$$

En tenant compte de la contrainte (9), nous obtenons :

$$i_{\text{cons}} = \sqrt{\max \{0, \min \{i_{\text{max}}^2, \tilde{i}^2\}\}}. \quad (45)$$

## 5 Analyse du comportement en $(x, v)$ et procédure de réglage

Dans ce paragraphe,

1. nous supposons que l'asservissement en courant est parfait, i.e. que nous avons :

$$i = i_{\text{cons}}, \quad (46)$$

2. nous ne prenons pas en compte les contraintes sur  $i^2$ , i.e.

$$i_{\text{cons}} = \tilde{i}, \quad (47)$$

3. nous supposons la masse  $m$  et le coefficient  $M$  parfaitement connus, i.e. :

$$\widehat{M}_1 = \widehat{M} = M. \quad (48)$$

Pour étudier le comportement en présence de l'erreur d'estimation sur  $N$  et essayer de l'améliorer, nous écrivons  $\dot{v}$  sous la forme :

$$\dot{v} = -U'(x) - k(x)v, \quad (49)$$

où  $U'$  est la dérivée d'une fonction  $U$ , considérée comme un potentiel, et en prenant l'énergie totale comme :

$$E(x, v) = \frac{1}{2} v^2 + U(x) \quad (50)$$

soit :

$$\dot{E} = -k(x)v. \quad (51)$$

Le système dissipe donc cette énergie pour peu que la fonction  $k$  soit non négative. D'après le Théorème de Legendre-Dirichlet, si les points critiques de  $U$ , i.e. les points solutions de  $U'(x) = 0$ , sont des points d'équilibre. Ils sont stables et attractifs s'ils correspondent à un minimum local de  $U$ . Si un tel point est unique dans le domaine d'intérêt, i.e. sur  $(-\infty, N)$

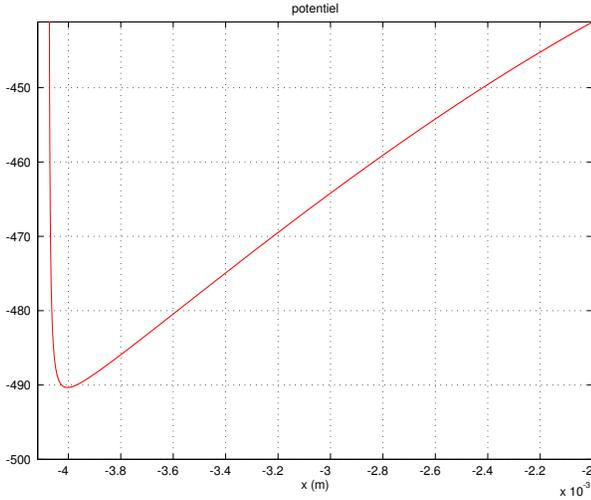


FIG. 3 – Potentiel  $U(x)$ .

pour  $s = 1$  et  $(-N, +\infty)$ , pour  $s = -1$ , et si le potentiel est propre sur ce domaine, alors ce point est un équilibre globalement asymptotiquement stable.

Pour  $k$ , nous avons directement :

$$k(x) = \frac{c_f}{m} + g(x) \frac{(\hat{N} - sx)^2}{(N - sx)^2}. \quad (52)$$

Nous avons donc toujours une dissipation si  $g$  est une fonction non négative, ce qui implique la contrainte (40).

Le potentiel  $U(x)$  peut être déterminé directement en calculant  $\dot{v}$ . Nous ne détaillons pas les calculs ici. Nous nous contentons de montrer qu’il existe des réglages de  $\hat{M}$ ,  $\hat{M}_1$ ,  $\hat{N}$ ,  $\hat{N}_1$  tels que le potentiel  $U$  soit représenté par la courbe de la Figure 3.

Les points stationnaires du potentiel  $U$  obtenu sont les racines d’un polynôme du troisième degré. Nous présentons sur la colonne de gauche de la figure 4 le lieu des 1 ou 3 points d’équilibre en fonction de  $\hat{N}$  et ce pour 5 valeurs différentes de  $\hat{N}_1$ . La colonne de droite donne la partie réelle des valeurs propres de la linéarisation au point d’équilibre le plus haut. Les traits verticaux et horizontaux sont respectivement les vraies valeurs de  $N$ , de  $x_1$  et des valeurs propres. Nous observons que nous n’avons qu’un seul point d’équilibre, alors globalement asymptotiquement stable, lorsque  $\hat{N}$  est plus grand que  $N$ , ce point étant d’autant plus près de  $x_1$  que  $\hat{N}$  est grand. Il est aussi d’autant plus près que  $\hat{N}_1$  est près de  $N$ . Avec  $\hat{N}_1$  plus grand que  $N$ , le point d’équilibre est au delà

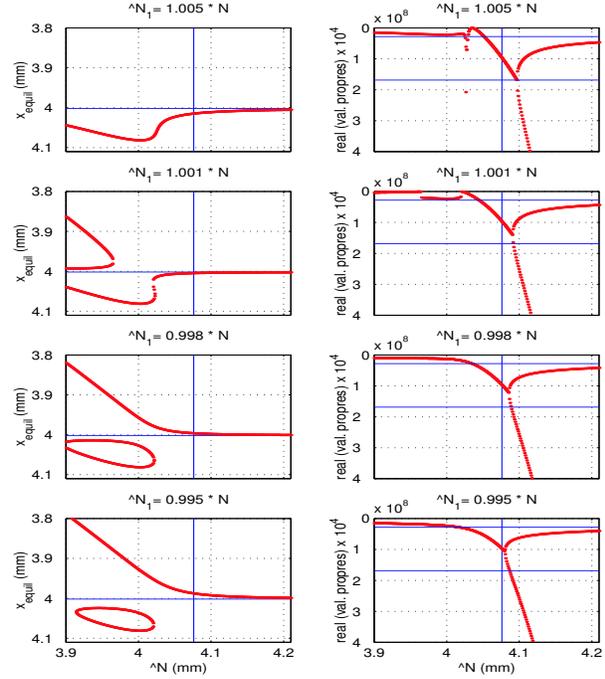


FIG. 4 – Lieu des points d’équilibre et valeurs propres associées.

de la butée. Il y a donc choc contre celle-ci. Avec  $\hat{N}_1$  plus petit que  $N$ , le point d’équilibre est en deçà de la butée. Il y a asymptotiquement “lévitation”.

Nous avons intérêt à choisir :

- $\hat{N}_1$  le plus près possible de  $N$ , disons  $\hat{N}_1/N$  dans  $[0.998, 1.002]$
- $\hat{N}$  plus grand que  $N$ , le plus grand possible sans toutefois prendre des valeurs telles que  $N^2 + 4N\hat{N} - \hat{N}^2$  soit négatif, disons  $\hat{N}/N$  suffisamment à l’intérieur de  $[1, 2 + \sqrt{5}]$ .

Pour ce qui est de la fonction  $g$ , nous choisissons de la prendre proportionnelle à  $\vartheta$ , i.e. :

$$g(x) = -g_\vartheta \vartheta'(x). \quad (53)$$

avec  $g_\vartheta$  grand.

Notons que si  $g_\vartheta$  est trop grand, une saturation en intensité ou en tension est possible, surtout au moment où la solution quitte la boucle ouverte, au moment du “fluxage”. Or un retard dans cette étape peut être difficile à rattraper par la suite. Nous sommes donc amenés à réaliser un compromis entre saturation au début de la phase de commande et bonne convergence à la fin de cette phase.

## 6 Construction d'un observateur de vitesse et de flux et d'un estimateur de $N$

On veut estimer la vitesse  $v$  à partir de la position et, si possible, du courant et de la tension, sans utiliser la constante  $N$  trop incertaine. Pour cela, nous posons :

$$z = v - k_v x \quad (54)$$

où  $k_v$  est un réel positif arbitraire. En dérivant, il vient :

$$\dot{z} = - \left( \frac{k}{m} + k_v \left( \frac{c_f}{m} + k_v \right) \right) x - \left( \frac{c_f}{m} + k_v \right) z + s \Phi^2. \quad (55)$$

Donc, si l'on recopie cette dynamique en posant

$$\hat{z} = \hat{v} - k_v x \quad (56)$$

où  $\hat{v}$  est l'estimée cherchée de  $v$  et  $\hat{z}$  l'estimée de  $z$ , avec

$$\dot{\hat{z}} = - \left( \frac{k}{m} + k_v \left( \frac{c_f}{m} + k_v \right) \right) x - \left( \frac{c_f}{m} + k_v \right) \hat{z} + s \hat{\Phi}^2 \quad (57)$$

on obtient, par différence, et en utilisant le fait que  $\hat{z} - z = \hat{v} - v$  et  $\overline{\hat{z} - z} = \overline{\hat{v} - v}$ , l'erreur d'estimée

$$\overline{\hat{v} - v} = - \left( \frac{c_f}{m} + k_v \right) (\hat{v} - v) + s (\hat{\Phi}^2 - \Phi^2). \quad (58)$$

Par ailleurs, on peut utiliser la dynamique de  $\Phi$  pour compléter l'observateur puisqu'on suppose  $u$  et  $i$  mesurés avec suffisamment de précision. En effet, posons

$$\zeta = \Phi - k_\Phi x. \quad (59)$$

Il vient

$$\dot{\zeta} = \frac{1}{2\sqrt{mM}} (u - ri) - k_\Phi v$$

et, comme précédemment, si l'on recopie cette dynamique avec  $\hat{\zeta}$  l'estimée de  $\zeta$ , on obtient

$$\dot{\hat{\zeta}} = \frac{1}{2\sqrt{mM}} (u - ri) - k_\Phi \hat{v} \quad (60)$$

avec

$$\hat{\Phi} = \hat{\zeta} + k_\Phi x. \quad (61)$$

La dynamique d'erreur satisfait donc

$$\dot{\hat{\zeta}} - \dot{\zeta} = \dot{\hat{\Phi}} - \dot{\Phi} = -k_\Phi (\hat{v} - v). \quad (62)$$

Pour résumer, nous avons construit l'observateur réduit

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}} = - \left( \frac{k}{m} + k_v \left( \frac{c_f}{m} + k_v \right) \right) x - \left( \frac{c_f}{m} + k_v \right) \hat{z} + s \hat{\Phi}^2 \\ \dot{\hat{\zeta}} = \frac{1}{2\sqrt{mM}} (u - ri) - k_\Phi \hat{v} \\ \hat{v} = \hat{z} + k_v x \\ \hat{\Phi} = \hat{\zeta} + k_\Phi x \end{cases} \quad (63)$$

et l'erreur sur  $v$  et  $\Phi$  satisfait la dynamique

$$\begin{cases} \dot{\hat{v}} - \dot{v} = - \left( \frac{c_f}{m} + k_v \right) (\hat{v} - v) + s (\hat{\Phi} + \Phi) (\hat{\Phi} - \Phi) \\ \dot{\hat{\Phi}} - \dot{\Phi} = -k_\Phi (\hat{v} - v) \end{cases} \quad (64)$$

que l'on peut rendre stable par le choix de  $k_v > 0$  et  $k_\Phi > 0$ . Plus précisément, on peut montrer que, pour toute solution de la boucle fermée telle que  $\hat{\Phi} + \Phi \leq \Phi_{\max}$ , il suffit que  $k_v$  et  $k_\Phi$  satisfassent :

$$\left( \frac{c_f}{m} + k_v \right)^2 > 2 (s k_\Phi) \Phi_{\max}. \quad (65)$$

Notons enfin que l'estimateur de flux nous permet aussi d'obtenir une estimation de  $N$ . En effet, étant donnés  $\widehat{M}$  et  $\widehat{m}$ , nous pouvons prendre :

$$\widehat{N} = -x + \sqrt{\frac{\widehat{M}}{\widehat{m}} \left| \frac{i}{\widehat{\Phi}} \right|}. \quad (66)$$

## 7 Exemple de comportement en ouverture

À la figure 5, nous présentons un comportement typique en ouverture tel que nous l'avons obtenu en simulation.

Les courbes en rouge sont celles de référence obtenues à partir de la fonction  $\vartheta$  et courant et tension associés. Les courbes en bleu sont les trajectoires réelles. Les courbes en magenta décrivent le comportement des estimations de flux et de vitesse.

La fonction  $\vartheta$  utilisée est celle de la figure 2 et donc déduite du choix des paramètres :

$$\begin{aligned} x_0 &= -2 \text{ mm}, v_0 = -2.91 \text{ m/s}, u_0 = 0 \text{ V} \\ x_1 &= -4.0018 \text{ mm}, v'_1 = -2800 \text{ 1/s}. \end{aligned}$$

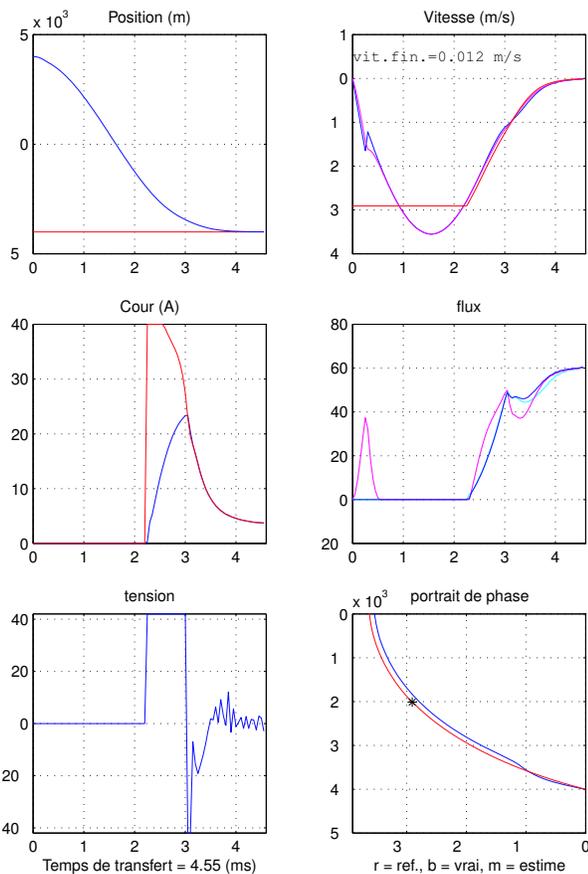


FIG. 5 – Exemple de comportement en ouverture (Simulation)

Les autres paramètres utilisés dans la stabilisation de l'ensemble  $v = \vartheta(x)$  sont :  $g_{\vartheta} = 7$  dont on déduit  $g(x) = -g_{\vartheta} \vartheta'(x)$ ,  $k_v = 10000$ ,  $k_{\Phi} = 10000 * k_v / 120$ ,  $\hat{N} = 4.25$  mm,  $\hat{N}_1 = 4.084$  mm,  $\hat{M} = 2.47267 * 10^7$ ,  $\hat{m} = 0.162$  kg.

Le portrait de phase en bas à droite sur la figure 5 donne tout d'abord, décalée sur la gauche, la trajectoire boucle ouverte, puis à partir de l'étoile, le graphe de la fonction  $\vartheta$ . Sur la droite, nous avons la vraie trajectoire. Lorsque l'actionneur est mis en route, au passage de la vraie trajectoire à la même position que l'étoile, ce décalage est très important et donne une erreur  $v - \vartheta(x)$  significative, mais avec le bon signe. Le contrôleur réagit en demandant un courant de consigne très élevé comme nous pouvons le voir sur le deuxième graphique de la colonne de gauche. Un tel courant ne peut être fourni instantanément car la tension sature (voir le troisième graphique). Nous avons tout de même une montée du flux

à un point tel que la consigne peut être rattrapée. Il est très important que, pendant le temps où l'intensité de consigne ne peut être réalisée, les trajectoires vraies et de consigne ne s'écartent pas trop. Cette caractéristique est obtenue grâce au choix de la fonction  $\vartheta$ , avec, en particulier, un contact du troisième ordre, et un démarrage suffisamment tôt.

Une fois le courant de consigne atteint, le ralliement puis la poursuite de la trajectoire de référence sont très bons.

Les premier et deuxième graphiques de la colonne de droite donnent respectivement la vitesse et le flux. Nous pouvons y constater la qualité de l'observateur. Insistons sur le fait que c'est bien avec l'estimée et non la vraie valeur de la vitesse que la régulation est faite.

## 8 Conclusion

Une loi de commande non linéaire permettant de rallier rapidement la trajectoire de référence qui joue le rôle, pour la boucle fermée, d'une variété invariante, complétée par un observateur réduit de la vitesse et du flux, a été présentée. Elle permet un atterrissage en douceur de la soupape de manière relativement robuste. Néanmoins, la précision finale devrait pouvoir être améliorée par la prise en compte des pertes magnétiques au voisinage des points d'équilibre. Notons que c'est cette prise en compte qui permet à la méthode répétitive de [1] de converger de façon satisfaisante.

## Références

- [1] W. Hoffman, K. Peterson, A. Stefanopoulou. Iterative learning control for soft landing of electromechanical valve actuator in camless engines. *IEEE Trans. Control, Systems Technology*, Vol. 11, N.2, p. 174–184, 2003.
- [2] C. Tai, T. C. Tsao. Quiet seating control design of an electromagnetic engine valve actuator. in Proc. 2001 ASME Int. Mech. Eng. Congr. Expos, IMECE2001/DSC-24520.