

## THÉORIE DU CONTRÔLE : AUTOMOBILE, PÉTROLE, AÉRONAUTIQUE

*par*

Nicolas Petit

---

### Introduction

L'Automatique, discipline autrement appelée théorie du contrôle, est un champ scientifique mêlant modélisation physique, expérimentations, et mathématiques appliquées. En Automatique, on cherche à changer le comportement de systèmes réels, au moyen d'actionneurs réalisant des ordres calculés par des algorithmes en fonction d'information mesurées à l'aide de capteurs. Cette chaîne menant des mesures aux actions du système est dite en « boucle fermée » (feedback). Un système contrôlé selon ce principe possède des propriétés très différentes de celles observées naturellement.

Au centre des préoccupations de l'Automatique, on trouve la propriété de stabilité, c.-à-d. la sensibilité aux conditions initiales et aux perturbations extérieures. Un système n'est fonctionnel que s'il est stable.

Les exemples de systèmes rendus stables par l'Automatique sont très nombreux. On en présente certains dans cet article : on pense naturellement aux véhicules autonomes (fusées, satellites, drones), aux machines outils et autres robots de fabrication, mais il faut bien réaliser que le principe de la stabilité par rétroaction était présent dans le monde qui nous entoure bien avant qu'on n'élabore les premiers régulateurs, notamment durant la révolution industrielle du XIX<sup>e</sup> siècle (régulateur de Watt). Pour illustrer ce point, on se contentera d'évoquer les nombreuses boucles de rétroaction qui sont présentes dans le corps humain. Introduite par le médecin et physiologiste Claude Bernard au XIX<sup>e</sup> siècle, la notion d'homéostasie décrit la propriété d'un système qui par un moyen de régulation (interne) parvient à maintenir ses variables internes<sup>(1)</sup> à l'équilibre en dépit de perturbations extérieures. À bien y réfléchir, une fois qu'on considère une liste d'exemples, on s'aperçoit que c'est cette propriété qui maintient en vie le monde que nous connaissons. Dans le domaine du vivant, les exemples sont nombreux : mammifères et oiseaux maintiennent la température de leur corps, par les

---

1. Qu'il appelle milieu intérieur.

mécanismes de sudation, ou d'activation de leur métabolisme. Le pH de notre sang est maintenu à une constante pour préserver les organes et tissus. La concentration en glucose de notre sang est régulée grâce à l'insuline qui active des processus de stockage. Les reins maintiennent les concentrations ioniques du sang. La teneur en oxygène est régulée par l'activité cardiaque et respiratoire.

Lorsqu'on fait de l'Automatique, on se retrouve à essayer de développer un algorithme de stabilisation pour le système qui nous est confié. En général, ce système, comme tout système réel, est d'une incroyable complexité, même s'il est à première vue relativement modeste. Pourtant, en Automatique, on formule des équations relativement simples, des représentations réduites. Une question naturelle est alors la suivante : alors que les systèmes physiques obéissent à des lois physiques impossible à écrire avec une rigueur absolue (par leur nombre et les incertitudes qui résistent à nos capacités d'analyse et de déduction) pourquoi se contente-t-on d'écrire des lois physiques simples pour les décrire ? Une réponse est l'utilisation implicite de feedback dans ces systèmes. Un feedback va transformer un système en lui assignant un comportement arbitrairement ressemblant à un autre, en général beaucoup plus simple. On rapprochera cette constatation d'observations plus générales [Wig60].

Si on part du constat qu'une représentation simple d'un système peut suffire à le contrôler efficacement, il ne faut pas pour autant adopter une vision trop simpliste des choses. Les écueils sont nombreux entre cette vision et l'application réelle.

Dans cet article, on expose différents exemples pour essayer de dresser, concrètement, un paysage de différents problèmes mathématiques rencontrés.

## 1. Contrôle de moteurs automobiles et systèmes de dépollution

Commençons par un premier domaine industriel où l'Automatique joue un grand rôle. Dans une voiture moderne, on trouve de très nombreux calculateurs qui sont en charge d'exécuter des algorithmes de contrôle. Sans parler de voiture robotisée comme les « Google cars », l'avancement des techniques de contrôle dans le domaine des automobiles de grande série est très marqué. On trouve de l'Automatique sur les fonctions de stabilisation du châssis (assistance à la conduite et à la tenue de route, gestion du freinage), sur les fonctions de confort (climatisation), mais aussi dans les organes moteurs. C'est sur ce point que nous allons insister.

Essentiellement, deux motivations principales ont motivé le développement de l'Automatique pour le contrôle de la production de couple : la volonté de faire baisser la consommation, et celle de réduire les émissions polluantes.

**1.1. Contrôle de la combustion.** — Pour faire baisser la consommation, on a d'abord amélioré la précision de fabrication des organes constituant la chambre de combustion. Ce sont les machines outils à commande numérique qui ont permis ces améliorations. Ensuite, on a développé de nouveaux modes de combustion, prometteurs en termes de gains de performance [KN00]. Ces modes ont nécessité le développement de nouveaux systèmes, comme les injecteurs haute pression sur rail qui sont des systèmes mécatroniques complexes. Leur généralisation a permis la mise en œuvre des schémas de combustion à haute fréquence, avec recirculation de gaz brûlés

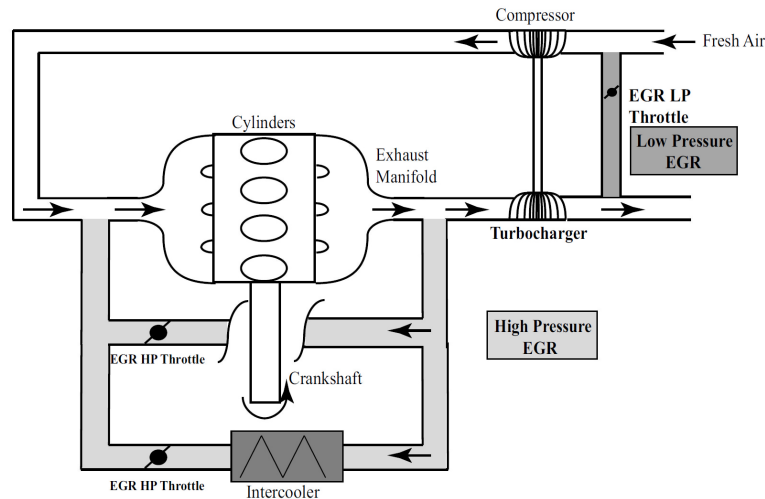


FIGURE 1. Schéma de fonctionnement d'un moteur Diesel à recirculation des gaz brûlés (deux boucles physiques (EGR), haute et basse pression sont utilisées). D'après [Cha06].

qui permettent de réduire les polluants. La recirculation de gaz brûlés en provenance de l'échappement dans la chambre de combustion a de nombreuses vertus physico-chimiques engendrant une réduction des émissions polluantes résultant de la favorisation de certaines réactions chimiques autrement plus minoritaires sur les réactions plus polluantes.

Réduire les polluants en généralisant les modes de combustion homogène était un credo tout à fait séduisant « sur le papier », mais cette vision s'est vite heurtée à un problème fondamental de stabilité de systèmes. En effet, la recirculation de gaz brûlés, n'est autre qu'une boucle physique de rétroaction, voir Figure 1. Elle peut changer la stabilité, et effectivement, lorsque les taux de recirculation atteignent les valeurs chimiquement favorables ( $\approx 30\%$ ), la stabilité est remise en cause. La combustion peut rapidement se retrouver étouffée, et le moteur s'arrêter.

Il est possible de maintenir en fonctionnement le moteur, par une gestion active des différentes entrées du système. La chambre de combustion étant le lieu de rencontre des circuits d'alimentation en air et en carburant, un contrôle de ces deux flux, au moyen d'actionneurs dédiés (injection haute pression, alimentation d'air frais, vanne de recirculation des gaz brûlés) s'avère nécessaire. Ces actionneurs ont chacun des vitesses de réaction différentes, et il faut gérer ces sous-systèmes de manière synchronisée pour atteindre l'objectif commun. L'objectif commun est défini, indirectement, par le conducteur. Lorsqu'il appuie sur sa pédale d'accélération, il émet un signal qui est interprété par les systèmes de contrôle moteur qui pilotent les différents sous-systèmes, et synchronisent au mieux leurs réponses, et gère tous les aléas. Ce schéma est représenté sur la Figure 2.

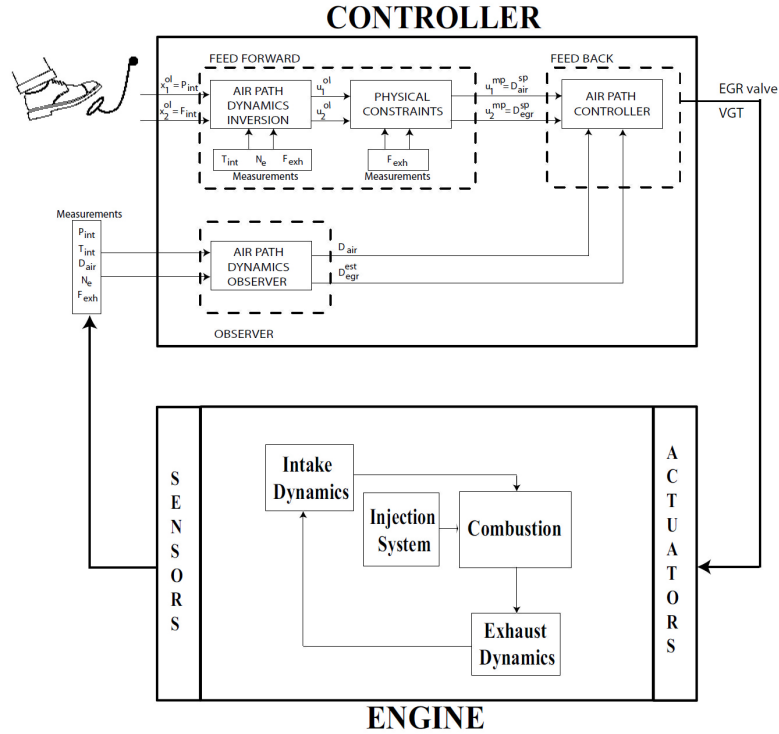


FIGURE 2. Schéma de contrôle d'un moteur moderne. Les ordres du conducteur sont interprétés par les algorithmes d'Automatique qui mettent en œuvre les organes moteurs, en boucle fermée. D'après [Cha06, CCP07].

Ces aléas peuvent être de plusieurs nature : qualité du carburant, température moteur, taux de compression. Ils peuvent être dus au vieillissement du moteur, à l'encrassement général des voies d'alimentation en particulier.

Lorsqu'on conçoit un algorithme d'Automatique pour le problème décrit ci-dessus, on travaille en plusieurs étapes. Tout d'abord on écrit un modèle simplifié décrivant de manière pertinente le comportement dynamique du système. C'est une étape difficile. Il est nécessaire de faire le tri entre les informations accessoires et les informations fondamentales. Un premier critère est de choisir un modèle le plus simple possible (en termes de nombre de variables par exemple) qui permette de reproduire en simulation les effets observés en pratique. Par exemple, pour le contrôle de la combustion on compare les résultats de simulation d'un modèle à 4 ou 5 états avec les mesures temps-réel de pression qu'on obtient dans une chambre de combustion spécialement instrumentée. Dans d'autres expériences, on mesure la richesse (rapport carburant sur air) en réponse à des injections demandées et on vérifie la sensibilité de la réponse par rapport à des variables modélisées, comme le régime moteur, voir Figure 3. On

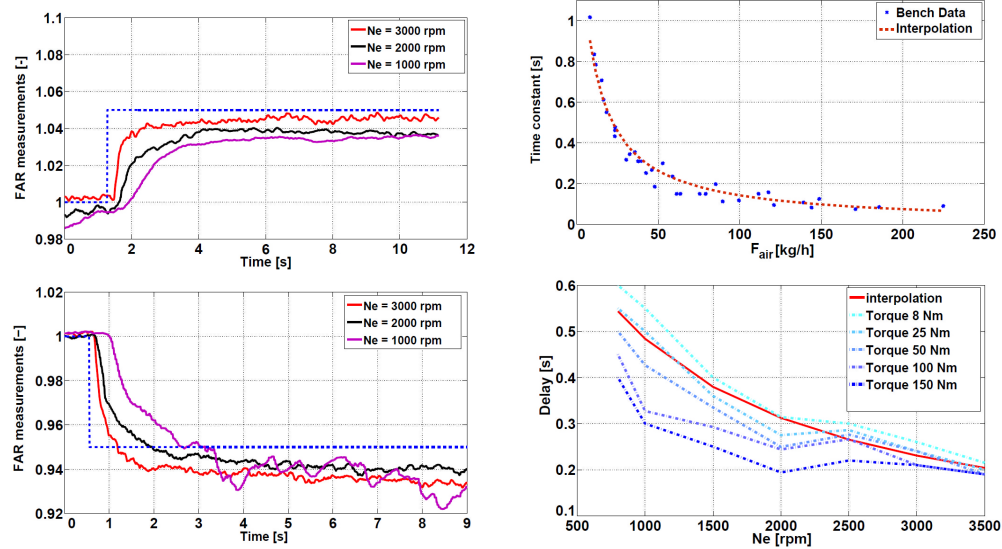


FIGURE 3. Exemple de réponse de la richesse dans un moteur SI. On note que le retard de la réponse dépend de la vitesse de rotation du (régime) moteur ( $N_e$ ). Données expérimentales d'après [BP12].

cherche en particulier à reproduire les effets de temps de réponse, de retard, certaines non-linéarités et des couplages plus ou moins favorables.

Dans les équations qu'on écrit on essaye de respecter au mieux les grands principes tels que les lois de conservation, la thermodynamique simple par exemple, ou des lois comportementales connues (écoulements subsoniques). Bien souvent, on a du mal à écrire précisément tous les termes d'une équation bilan. Par exemple, si on connaît bien les lois d'un écoulement au travers d'une restriction bien calibrée pour un gaz parfait, on ne sait bien écrire le comportement d'un mélange complexe de gaz, contenant des dizaines de molécules, dans des conditions de température et de pression inhomogènes, au travers d'une restriction possiblement encrassée.

Pour traiter ce problème, on écrit alors des équations un peu génériques (vérifiant les lois de conservation), et on s'en remet à des mesures supplémentaires s'il est possible de mesurer certaines des grandeurs qu'on modélise mal. Ainsi, on peut, dans certains cas (véhicules haut de gamme), équiper les chambres de combustion de capteur de pression, fournissant des informations précieuses sur le développement de la combustion lors du déplacement du cylindre dans la chambre.

D'autres grandeurs critiques ne sont pas mesurables, soit parce que les capteurs qui seraient utiles n'existent pas, soit qu'ils sont trop chers. Alors, on essaye d'estimer ces grandeurs par des méthodes indirectes, en les développant comme solution d'équations implicites (et souvent dynamiques) ou d'autres grandeurs connues apparaissent.

La thématique générale se rapportant à cette question est la théorie des observateurs asymptotiques. Un observateur est un système dynamique qui a la propriété de converger asymptotiquement vers la valeur inconnue d'une grandeur à estimer. Pour que cette convergence ait lieu, il faut que l'observateur possède des propriétés de stabilité. On lui transmet les informations issues des capteurs qui interviennent dans ses équations différentielles dans des termes additionnels comparant prévision du modèle et mesures. Si ces termes additionnels sont judicieusement formés et interviennent avec pertinence dans les équations, ils peuvent garantir la propriété de convergence désirée.

Un exemple est la reconstitution du couple de combustion par la mesure de la vitesse de rotation du moteur. En prenant en compte la géométrie variable mais périodique lorsqu'elle est exprimée en angle moteur, on obtient un problème d'estimation pour un système linéaire périodique dont on cherche à reconstituer l'entrée.

Une approche naturelle est de décomposer cette variable dans une série de Fourier, paramétrée par l'angle moteur, et de chercher à estimer les coefficients de décomposition dans la base. On reporte en Figure 4 un exemple de réalisation pratique.

En détail, la dynamique de rotation du moteur, exprimée dans le temps angulaire  $\alpha$  (angle du moteur défini sur  $[0, 4\pi]$ ) est

$$\frac{d}{d\alpha} \left( \frac{1}{2} J(\alpha) w^2 \right) = T, \quad T = \sum_{k \in \mathbb{Z}, k \neq 0} c_k \exp(\beta k \frac{\alpha}{2}) \quad (1)$$

**Problème 1.** — Soit la dynamique (1). À partir de la mesure  $y = w^2$ , estimer les coefficients  $c_k$  sans opérer de dérivée temporelle de  $y$ .

En posant  $x = \frac{1}{2} J(\alpha) w^2$ , état connu du système d'après la mesure  $y = w^2$ , où  $J$  est l'inertie variable du vilebrequin, l'observateur suivant (où  $h$  et  $H$  sont 2 constantes de réglage)

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\alpha} \hat{x} &= \sum_{k \in \mathbb{Z}, k \neq 0} \hat{c}_k \exp(\beta k \frac{\alpha}{2}) + H \left( \hat{x} - \frac{1}{2} J(\alpha) y \right) \\ \frac{d}{d\alpha} \hat{c}_k &= \frac{h}{2(k^2 + 1)H} \exp(-\beta k \frac{\alpha}{2}) \left( \hat{x} - \frac{1}{2} J(\alpha) y \right) \end{aligned}$$

permet de reconstruire le couple non mesuré  $T$ . En effet on démontre que, pour tout  $k$ ,  $\hat{c}_k(t) - c_k(t) \rightarrow 0$ , pour  $t \rightarrow +\infty$ , et que la série de Fourier définie par  $\hat{c}_k$  converge. On notera que cet observateur possède un état de dimension infinie, qu'on peut bien sûr tronquer au prix d'une perte de performance à définir. La démonstration de ce résultat est constructive. L'analyse du comportement asymptotique de la suite  $(\hat{c}_k)$  permet définir le facteur  $\frac{1}{k^2+1}$  qui donne la formule de réglage de la convergence pour tout  $k$ . Cette analyse utilise des résultats classiques d'analyse (notamment le théorème de Rellich–Kondrachov, et des transformations de Floquet pour tirer partie de la périodicité). L'intérêt de disposer d'un facteur définissant le réglage est que cela simplifie le travail fastidieux de choix des gains.

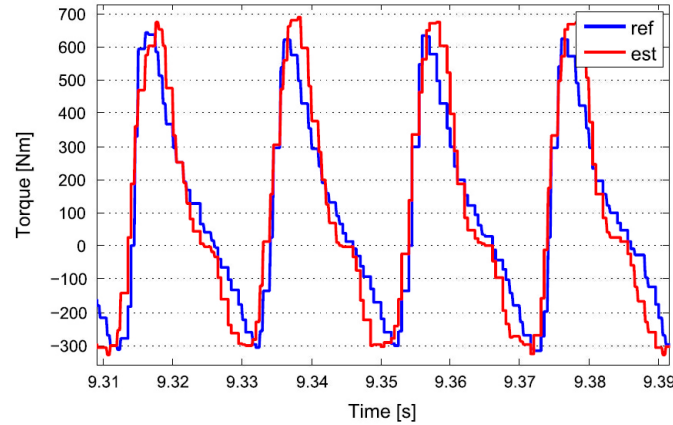


FIGURE 4. Exemple de reconstruction par une décomposition de Fourier adaptative du couple de combustion à partir de la mesure (discrète) de la vitesse de rotation du moteur. Données expérimentales d'après [CCPR07, CP12].

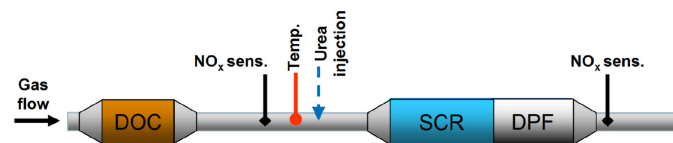


FIGURE 5. Chaîne de dépollution pour un moteur Diesel moderne [Lep09].

**1.2. Contrôle des systèmes de dépollution.** — L'autre motivation ayant soutenu les développements de l'Automatique dans le domaine du contrôle de combustion c'est la nécessité de réduire les émissions polluantes. De très nombreux systèmes équipent désormais les lignes d'échappement des véhicules, chaque sous-système étant capable de traiter un ou plusieurs polluants, de manière spécifique. Ainsi un véhicule Diesel moderne est équipé d'un filtre à particule (FAP ou DPF), d'un piège à NOx (type SCR par exemple), d'un catalyseur d'oxydation DOC, voir Figure 5. Ces systèmes fonctionnent en série, ce qui réduit les risques de déstabilisation, néanmoins il s'agit de systèmes complexes, dont le fonctionnement doit être contrôlé en permanence pour atteindre un haut niveau de performance.

Détaillons le système DOC qui équipe depuis Septembre 2014 les véhicules PSA (norme Euro 6). Le DOC est un catalyseur tubulaire solide traversé par des gaz. Il permet de traiter les gaz d'échappement. Pour reproduire les observations réalisées sur banc de test, il est nécessaire de modéliser ce système par des équations à paramètres

répartis (EDP). Ces équations sont

$$\begin{aligned}\partial_t T + v(t)\partial_z T &= -k_1(T - T_s) \\ \partial_t T_s + \epsilon\partial_z T_s &= k_2(T - T_s) + \psi(z, u(t), v(t))\end{aligned}\tag{2}$$

sur un domaine spatial  $z \in [0, 1]$  où  $T$  est la température du gaz,  $T_s$  est la température du solide,  $v(t)$  est la vitesse des gaz,  $\psi$  est un terme de création de chaleur dépendant de l'entrée  $u$  (injection de carburant à l'entrée du catalyseur) et la vitesse  $v$  notamment. Dans l'équation (2), on a  $0 < \epsilon \ll 1$ . Ce simple modèle, constitué d'équations bilan, permet ainsi de reproduire les phénomènes de réponse inverse, lorsque le moteur réagit à une demande de couple en hausse, voir Figure 6. Si on néglige ce phénomène, il est impossible de contrôler le système par un régulateur simple. Si par contre, on le prend bien en compte, alors on peut contrôler le système relativement facilement. Pour cela, il faut résoudre le problème suivant (voir [Lep09]).

**Problème 2.** — *Etant données les équations (2) supposées linéaires, et les variables  $u$  et  $v$  constantes et  $\psi$  faible. Déterminer de manière analytique les paramètres  $\nu$  et  $\lambda$  d'un modèle approchant de type advection-diffusion*

$$\partial_t T + \nu\partial_z T = \lambda\partial_z^2 T$$

reliant l'entrée  $T(0, t)$  à la sortie  $T(1, t)$  lorsque le paramètre  $\epsilon$  est petit.

Ce problème fait appel aux méthodes de développement asymptotique d'équations aux dérivées partielles [Ii99] et permet de ramener le problème de contrôle au problème bien maîtrisé d'asservissement en boucle fermée d'une fonction de transfert dont tous les paramètres sont connus. On obtient

$$\nu = \frac{k_2 v}{k_1}, \text{ et } \lambda = \frac{k_2 v^2}{k_1^2}$$

Outre la question de la modélisation, centrale cette fois encore dans la conception des algorithmes d'Automatique, il y a une deuxième question fondamentale qu'on rencontre dans la pratique. Elle est liée à la technologie des capteurs disponibles pour cette application. De manière à première vue curieuse, les capteurs utilisables fournissent une mesure très ambiguë sur la composition des gaz. En pratique on dispose un seul capteur à la sortie du système SCR de traitement des NOx qui nous renseigne sur la concentration en NOx du flux sortant. Une fois interprété, le signal de mesure laisse deux interprétations possibles. La relation entre la grandeur mesurée et sa mesure est de la forme représentée sur la Figure 7.

À tout instant, il y a donc 2 interprétations possibles de la lecture du capteurs, et ces deux lectures ont des sensibilités de signe opposée. C'est un problème de taille. Ainsi, si on suppose à tort qu'on est sur la branche descendante, on va croire que le système de dépollution fonctionne de mieux en mieux alors qu'en fait la concentration en polluant augmente. Le raisonnement inverse s'applique dans l'autre cas de mauvaise interprétation de la lecture. On peut formuler le problème (simplifié) suivant.



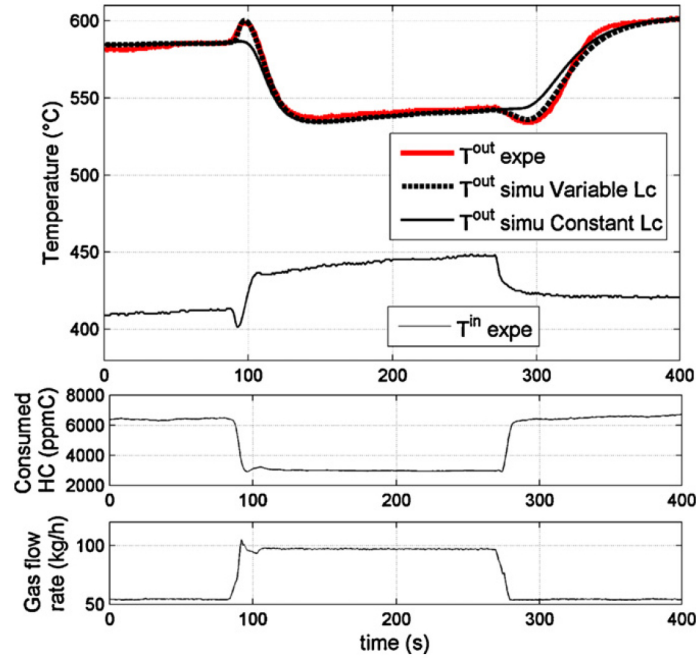


FIGURE 6. Exemple de réponse du système DOC. On note les réponses inverses (en début de transitoire). Données expérimentales d'après [Lep09, LCP12].

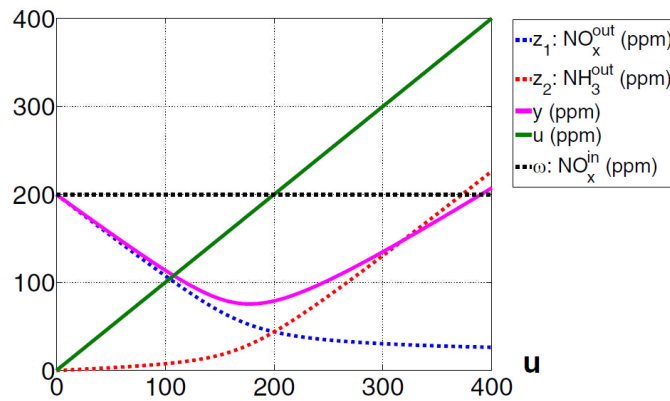


FIGURE 7. Ambiguïté de la mesure de NOx à la sortie du système SCR, d'après [BCLP14].

**Problème 3.** — Soit le système dynamique  $\frac{d}{dt}x = u + f(x, u)$  mesuré au moyen de  $y = x^2$ , avec  $f$  régulière connue. Trouver une loi de feedback

$$u = k(y, \xi), \quad \frac{d}{dt}\xi = h(y, u, \xi)$$

telle que  $x(t) \rightarrow 0$  lorsque  $t \rightarrow +\infty$ .

Ponctuellement, il n'y a aucun moyen de lever l'ambiguïté de la mesure. Formellement, commander un système avec une mesure d'une telle ambiguïté est une question difficile. La question a été étudiée dans [Cor94] et dans [Pra92] qui, en particulier, a démontré qu'il était possible de stabiliser asymptotiquement tout point d'équilibre au moyen d'un algorithme adaptatif de type Nussbaum [Nus83]. Un tel algorithme revient à postuler une vérité, à la tester pendant un temps calculé en fonction des observations réalisées, puis à postuler le contraire pendant un autre temps et enfin à synthétiser une séquence de décisions ultérieures du même type assurant la convergence. En fonction du nombre d'états, le nombre de commutations peut être grand. Ici, on a un système de dimension infinie, ce qui pose problème. Enfin, l'interprétation de la lecture est perturbée par de nombreux aléas qui viennent interférer : phénomènes de désorption thermique, lenteur de la réponse du capteur, bruits et échantillonnage. Sur la base du modèle à paramètres distribués, de la construction d'un observateur asymptotique spécifique, et d'une commande à commutation qu'on peut relier à la commutation de Nussbaum, on a pu développer un système complet de contrôle du SCR.

## 2. Automatique dans le domaine pétrolier

Toute la chaîne industrielle du monde pétrolier utilise de nombreux algorithmes d'Automatique. Cette chaîne s'étend des gisements souterrains, aux installations offshore, aux installations de raffinage, de pétrochimie et de distribution.

**2.1. Exploration-production.** — L'exploitation des gisements grand-fond, dans des conditions extrêmes de pression et température, nécessite des développements techniques avancés, qui incluent notamment de l'intelligence embarquée, et donc de l'Automatique. Pour forer un puits menant à un gisement, on utilise des techniques de forage dirigé, permettant de définir un chemin en trois dimensions jusqu'au réservoir. Un tel puits a une longueur de plusieurs kilomètres. À tout instant du forage, il faut que la pression exercée par l'outil sur la roche à forer soit régulée avec précision. Ceci est nécessaire pour découper correctement la roche, mais aussi pour maîtriser l'afflux d'huile depuis les côtés du forage et éviter l'effondrement de la structure environnante. La pression résulte de plusieurs choses, notamment du poids exercé par l'outil, mais aussi de l'écoulement qui a lieu dans le puits pendant le forage. Il s'agit là encore d'un système à paramètres distribués, à frontière mobile [DMA15].

Une fois le puits foré et les canalisations d'exploitations installées, on doit maîtriser le flux de production. Les puits ne sont désormais que très rarement naturellement éruptifs, notamment lorsque le réservoir vieillit, la pression du réservoir n'est plus suffisante pour contrer la gravité et les frottements contre les parois. Pour continuer à

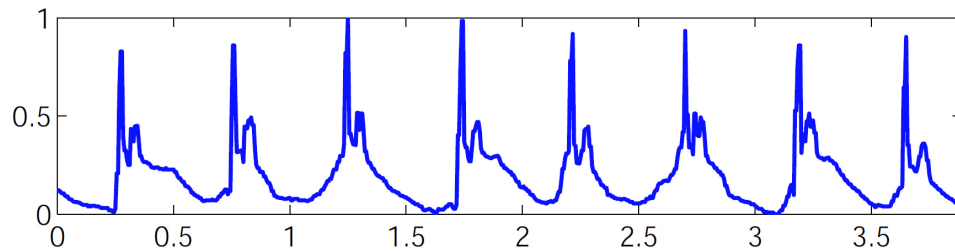


FIGURE 8. Données expérimentales (normalisées) de pression en tête de puits, données TOTAL d'après [Sin06].

produire, on a développé des techniques d'activation des puits, consistant notamment à injecter du gaz en sortie du réservoir dans le but de créer un mélange multiphasique (huile et gaz) plus léger, susceptible de s'écouler librement jusqu'à la surface sous l'effet de la pression restante du réservoir [Bro73].

Il s'agit d'un concept désormais généralisé, mais qui se heurte à de nombreuses difficultés pratiques liées à la dynamique du système. L'activation devrait naturellement produire un écoulement régulier, résultant en une mesure de pression constante à la sortie du puits. Or, très souvent, ce n'est pas le cas. Ce qu'on constate c'est un signal tel que représenté en Figure 8. C'est encore un problème de stabilité. Les variables de pression agissent en effet en une boucle fermée, possiblement déstabilisante, sur l'écoulement. Le point d'équilibre supposé accessible est en fait instable. Au voisinage de ce point se produit alors un phénomène de divergence locale qui, lorsqu'une valeur critique est atteinte, engendre un arrêt brutal de l'écoulement, suivi plus tard par une nouvelle divergence, et ainsi de suite. Le phénomène que nous venons de décrire est bien connu sous le terme d'oscillation de relaxation [Roc41]. Il a été identifié dans de nombreux problèmes d'hydraulique, et sous différentes formes particulières dans les systèmes d'écoulements activés. Un modèle simple du type modèle à compartiments [Sin06, DMKPA12a] permet de le reproduire avec une bonne fidélité dans le cas des puits activés par gas-lift, ou des risers soumis aux écoulements à bouchons. On pourra se reporter à [DMKPA12a, DMKPA12b, SPM05] où on ramène le problème, par l'usage d'un invariant de Riemann qu'est la fraction massique de gaz à l'étude d'un système à retard distribué :

$$\frac{d}{dt}x(t) = ax(t) + bx(t - \tau) + \frac{c}{\tau} \int_{t-\tau}^t x(\ell) d\ell$$

avec  $a + b + c = 0$ ,  $b > 0$ ,  $c < 0$ ,  $b + c > 0$ ,  $\tau > 0$ . On peut étudier la stabilité de cette équation par l'étude de l'équation caractéristique correspondante et montrer à partir de quelle valeur des paramètres elle est instable, bien que stabilisable par une stratégie boucle fermée adaptée. Le comportement dynamique de l'EDP correspondante est représentée (en boucle ouverte, et boucle fermée) sur la Figure 9.

Plus généralement, le problème de stabilisation peut se formaliser ainsi, pour prendre en compte les lois de vanne, et la compression volumique.

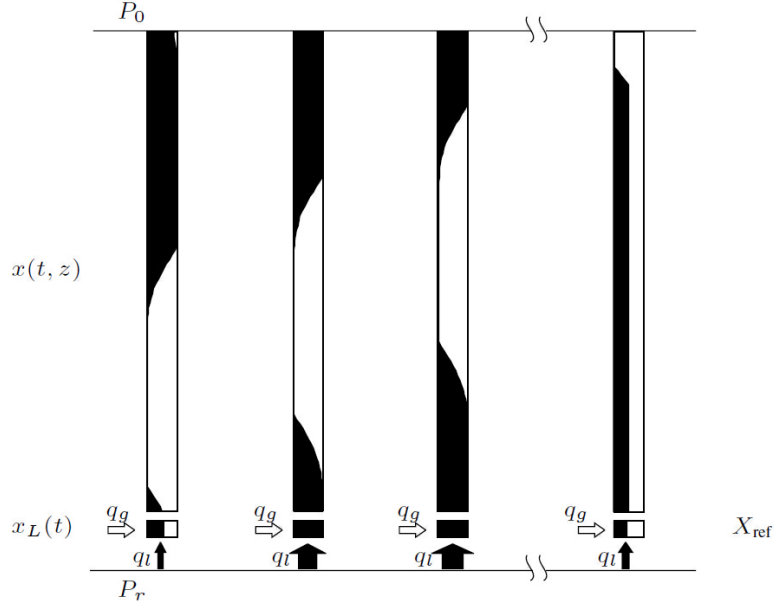


FIGURE 9. Schéma de fonctionnement de la « density-wave », oscillation de relaxation. On peut néanmoins stabiliser l'écoulement (droite) [SPM05].

**Problème 4.** — Soit la dynamique

$$\frac{d}{dt}x = a + k(\cdot) * h\left(1 - \frac{b - x(\cdot)}{u(\cdot)}\right)(t)$$

où  $0 < a < b$ ,  $k$  est une fonction affine à support fini  $[0, \delta]$ ,  $*$  désigne le produit de convolution, et

$$h(\cdot) = \max(\min(1, \cdot), 0)$$

Trouver une loi de feedback stabilisant un point d'équilibre librement choisi.

Il est primordial d'atténuer autant que possible les oscillations de relaxation observées sur les champs pétroliers. En effet, les variations soudaines et périodiques endommagent les installations, les fragilisent et peuvent mener à des accidents. En outre, la moyenne temporelle du débit dans un tel régime est inférieure à la moyenne théorique du point d'équilibre cible.

Contrôler ces oscillations est une question d'Automatique difficile. En particulier, se posent les questions d'estimation de grandeurs non mesurées, et de stabilisation. La principale difficulté est qu'on ne peut installer de capteur ni d'actionneur là où l'analyse du système dynamique nous indique qu'il faudrait le faire. L'analyse désigne l'entrée de l'écoulement (c.-à-d. le fond du puits) comme lieu idéal. Mais on ne peut pas installer de capteur de débit ou de vanne motorisée à cet endroit. L'environnement y

est trop hostile, et les interventions de maintenance trop périlleuses et difficiles. Aussi, on doit chercher des solutions à partir de capteurs et d'actionneurs placés à la sortie de l'écoulement.

Les questions d'estimation de l'état du système à partir du bout de la chaîne de la dynamique est une question théoriquement résoluble, mais qui se heurte à la gestion des incertitudes de modèles et à la pauvreté des mesures et à leurs défauts. Il est néanmoins possible de bien la traiter. La question de la stabilisation est elle aussi résoluble, pourvu que les informations sur l'état du système soient de qualité suffisante. Dans ce cas, il est nécessaire de gérer efficacement les effets de retard entre l'entrée et la sortie du système. Ce retard présente la particularité de dépendre de la valeur du débit, qui est justement mal connu. Heureusement, ces difficultés ne sont pas insurmontables. Séparément, il est possible d'établir des résultats mathématiques précis garantissant qu'une solution algorithmique en boucle-fermée résout bien un des problèmes posé isolément : stabilisation d'un système à retard variable dépendant des entrées, estimation d'un système oscillant non-linéaire, stabilisation d'une équation à paramètres distribués d'un système diphasique.

Chacun de ces résultats définit un voisinage dans lequel les propriétés continuent à être vraies. L'assemblage de ces résultats suivant de bonnes règles de théorie des systèmes fonctionne sous l'hypothèse que ces voisinages ont une intersection non vide.

En pratique, deux choses permettent de s'assurer que l'intersection est non vide : i) étendre chaque bassin d'attraction en développant des algorithmes meilleurs, ii) utiliser de bons modèles réduisant l'écart entre théorie et réalité, tout en préservant un faible niveau de complexité de sorte qu'on puisse encore trouver des algorithmes et des résultats mathématiques prouvant leur convergence.

**2.2. Surveillance d'écoulements.** — L'acheminement des produits pétroliers se fait au travers de réseaux physiques complexes, connectés par des zones intermédiaires de stockage. Ces stockages intermédiaires ont été conçus pour garantir des disponibilités en certains points du réseau, malgré les aléas de l'acheminement. Un autre but est de réduire la propagation des effets d'instabilité d'écoulement discutés précédemment (slug catchers [RSP<sup>+</sup>11]). Dans un tel réseau, très étendu [PTP14], muni de systèmes de mesure géographiquement distribués fournissant des données à intervalles irréguliers, il est tout à fait possible que de nombreuses fuites existent. Ces fuites peuvent être de plusieurs natures : permanentes ou intermittentes, notamment dans le cas de malveillance ou de vol.

Une question très générale est de savoir s'il est possible de détecter la présence de telles fuites, et s'il est possible de déterminer sans ambiguïté leur lieu d'apparition. Sur une seule canalisation, la localisation de fuite est un problème difficile, qui peut être traitée par une instrumentation spécifique reposant sur une analyse des échos dans des équations de propagation le long des parois métalliques notamment. Une telle technique d'instrumentation est coûteuse et est réservée à des sections critiques. Dans un réseau complexe d'acheminement la question est beaucoup plus vaste. En réalité, on peut démontrer que les erreurs de datation des mesures sont des sources d'incertitude supérieures aux erreurs de mesure elles mêmes. Même avec des équations linéaires exploitées en un sens de maximum de vraisemblance, c'est le cas. Ce résultat

se démontre en calculant les bornes de Cramér-Rao des estimateurs du facteur de perte estimé à partir de mesure de débit [Pet15].

Cela pose la question de l'amélioration des infrastructures informatiques, et notamment de la notion de base de temps commune entre tous les instruments d'un réseau géographiquement distribué. Il n'existe aujourd'hui pas d'algorithme de synchronisation sur un réseau résolvant ce problème. Le procédé NTP par exemple possède une limite intrinsèque qui dit que l'asymétrie de temps de transmission entre deux systèmes cherchant à se synchroniser est indiscernable du retard de transmission. La seule solution actuelle est la diffusion globale d'un signal de définition de l'heure par un moyen radio-fréquence à latence faible. À cette fin, des horloges GPS sont installées sur de nombreux réseaux où les questions de détection de malveillances et de fuites sont critiques. Néanmoins, cette solution est facilement brouillable, il est même possible de tromper les systèmes en diffusant de faux signaux horaires, ce qui masque des mesures indiquant une fuite en l'échantillonnage d'un signal normal.

**2.3. Raffinage.** — Nous donnons ici un exemple concret de gestion des incertitudes dans un système d'Automatique. Le système présenté ci-dessous est le cœur de l'algorithme du logiciel Anamel de gestion de la production de carburants du groupe TOTAL [BPCC06].

Les carburants représentent un des débouchés principaux d'une compagnie pétrolière. Le pétrole brut est traité dans des raffineries au travers d'une succession de procédés permettant de séparer les différents composants (distillation du lourd au léger) et de réactions de transformation (dé-sulfuration, etc...). Les différentes unités présentes sur une raffinerie fabriquent des produits appelées « bases » qui sont stockés de manière temporaires dans de grands bacs. Simultanément, ces bases sont ensuite mélangées suivant des recettes de fabrication, choisies en fonction des carburants désirés (qui diffèrent notamment suivant les normes en vigueur chez les clients destinataires), et dans un souci d'optimisation économique et de gestion des stocks. On trouve, dans cette étape de formulation, des procédures d'optimisation de grande taille sous contraintes, prenant notamment la forme de programmes linéaires.

Il y a de nombreux aléas au cours des phases de production des bases. Le brut qui est traité diffère suivant les choix d'approvisionnement sur le marché, les opérations élémentaires de transformation font intervenir des procédés complexes qui peuvent eux-même présenter des problèmes de stabilité lorsqu'ils sont soumis à des perturbations opérationnelles. D'autres sources d'incertitude existent. Au total, ces bases sont relativement incertaines. Leur quantité (volume) disponible est connue, mais leur composition et leurs propriétés physico-chimique sont incertaines.

À cause de ces incertitudes, la recette prévue ne permet pas en général de produire par mélange un carburant satisfaisant aux exigences normatives. Ces normes énoncent des intervalles admissibles pour un ensemble de propriétés qui sont importantes pour le client final, utilisateur d'un véhicule, qui vont conditionner sa consommation, la pollution et l'usure de son moteur : indice d'octane, teneur en soufre, point de trouble,... Il faut donc adapter la recette pour satisfaire ces critères.

En première approximation, le problème se décrit ainsi.

**Problème 5.** — Trouver un vecteur  $u \in \mathbb{R}^n$  ( $n$  de l'ordre de 10), tel que le vecteur

$$y = Au$$

où  $A$  est une matrice mal connue vérifie  $y \in E_a$  où  $E_a$  est un sous-ensemble admissible de  $\mathbb{R}^m$  ( $m$  de l'ordre de 10) centré sur une valeur cible connue  $y^{sp}$ . On mesure  $y$  et on peut procéder par itérations.

Tel quel, ce problème semble difficile, car on ne connaît pas la matrice  $A$ . Heureusement, on dispose d'une information, la mesure de  $y$ . Il est possible de procéder itérativement, pour déterminer progressivement une solution  $u$  qui satisfasse les objectifs.

Il serait relativement facile, si on disposait de beaucoup de temps, d'estimer chaque coefficient de la matrice  $A$  par une succession de variations des coordonnées de  $u$  et la lecture du résultat. Malheureusement, cette solution n'est pas possible en pratique. En effet, pour obtenir avec une certaine précision chaque coefficient, il faudrait pratiquer une séquence expérimentale qui durerait au total un temps assez long. À ceci correspondraient deux problèmes : tout d'abord, tout le carburant produit pendant cette séquence expérimentale constituerait un vaste rebut de production qui serait très coûteux, ensuite, il est possible (probable) qu'avant la fin des essais les propriétés des bases (c.-à-d. les coordonnées de la matrice  $A$ ) aient changé, rendant les premiers résultats d'essais inexploitable. Il faut donc trouver une autre manière de procéder.

Plus efficacement, on peut utiliser l'algorithme suivant, consistant en une mise à jour régulière d'une matrice  $\hat{A}$  estimant  $A$ , suivie d'une phase d'optimisation sous contraintes définies par cette matrice  $\hat{A}$ . En procédant ligne par ligne<sup>(2)</sup> on considère

$$\frac{d\hat{A}^T}{dt} = -\beta H u (\hat{A}u - y)$$

où  $H$  est une matrice symétrique définie positive. Dans la pratique cette équation sera résolue en temps discret, avec un échantillonnage non uniforme en raison des variabilités des systèmes de mesure. Le problème d'optimisation sous contrainte utilise cette matrice estimée  $\hat{A}$ . C'est par exemple

$$\min_u \|u - u^{sp}\|^2, \text{ sous la contrainte } \hat{A}u = y^{sp} \quad (3)$$

On démontre, en utilisant  $V = \frac{1}{2} \|\hat{A} - A\|_{H^{-1}}^2$  comme fonction de Lyapounov, que le système d'état  $(\hat{A}, y)$  converge vers un certain sous-ensemble positivement invariant où on a

$$y = y^{sp}$$

Alors, cette propriété garantit que le chemin d'adaptation nous mène systématiquement vers un mélange réussi. Dans la pratique, le chemin suivi par l'algorithme d'optimisation adaptative n'a rien d'intuitif. Mais il converge, et ce beaucoup plus rapidement que la méthode naïve décrite précédemment.

2. On simplifie ici les notations par souci de rapidité, on se reportera à [CCP11] pour tous les détails.

Pour satisfaire les souhaits opérationnels, cette technique d'optimisation adaptative est complétée par des contraintes (variations d'une itération à une autre limitée des débits des pompes), et sert de base à des extensions non-linéaires diverses (changement de variables, linéarisation séquentielle).

Une question troublante concerne la matrice  $\hat{A}$ . Elle n'a pas besoin de ressembler beaucoup à  $A$  pour que le mélange soit réussi. Tout ce qui se passe asymptotiquement c'est que

$$\hat{A}u \approx Au$$

pour le vecteur  $u$  déterminé par l'algorithme.

Le résumé de toutes les informations obtenues au cours des itérations est contenu dans la matrice  $\hat{A}$ . Il est possible de réaliser cet « apprentissage » d'une manière différente de celle présentée ci-dessus au moyen d'une équation différentielle plus complexe conférant à  $\hat{A}$  des propriétés bien particulières. Si on souhaite prendre en compte des informations a priori telles que des inégalités entre les composantes de certaines lignes de  $\hat{A}$ , ou des relations d'ordre telles que

$$A^{\min} \leq A^1 \leq \dots \leq A^m \leq A^{\max}$$

(au sens de certaines lignes extraites) alors un exemple de telle équation différentielle est

$$\frac{d\hat{A}^T}{dt} = -\beta Hu(\hat{A}u - y) + \lambda Hf(\hat{A})$$

où

$$f(A) = \begin{pmatrix} h(A^{\min} - A^1) - h(A^1 - A^2) \\ h(A^1 - A^2) - h(A^2 - A^3) \\ \vdots \\ h(A^{m-1} - A^m) - h(A^m - A^{\max}) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{avec } h(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \leq 0 \\ x, & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

L'équation différentielle ainsi modifiée rend répulsives les zones de l'espace d'état où les estimées sont dans un ordre insatisfaisant.

Ces inégalités peuvent aussi être mise en œuvre dans les contraintes du problème d'optimisation (3). S'il est facile de rajouter formellement ces contraintes à ce problème de programmation quadratique, il est essentiel de s'assurer que ces ajouts n'aboutissent pas à réduire l'espace admissible à l'ensemble vide, ce qui aurait pour conséquence de ne pas pouvoir fournir de recette adaptée, ce qui est naturellement inadmissible en pratique industrielle. Une étude détaillée de l'ensemble des contraintes permet de prouver que l'ensemble n'est jamais vide, par un usage particulier du lemme de Farkas qui stipule

**Lemme (Farkas).** — *Pour toute matrice  $M$  et tout vecteur  $b$ , une seule des deux alternatives est vraie : i) il existe un vecteur  $x$  tel que  $Mx \leq b$  ii) il existe un vecteur  $y$  dont toutes les coordonnées sont  $\geq 0$  tel que  $yM = 0$  et  $yb < 0$ .*



Les détails de la preuve (calculatoire) utilisant le lemme de Farkas sont donnés dans [CCP11]. On se reportera à [CCP10] qui fournit quelques statistiques d'usage de cet algorithme en service depuis plus de 15 ans, (sous différentes versions et mises à jour) dans les raffineries du groupe TOTAL.

### 3. Aéronautique

L'Automatique en aéronautique a une longue histoire derrière elle qui suit celle des développements de l'instrumentation et de l'avionique. On la désigne sous l'acronyme GNC : Guidage, Navigation, Control (Pilotage). Le terme « autopilote » est parvenu dans le langage courant avec une certaine facilité et c'est peut-être un des domaines où le rôle de l'Automatique est le mieux identifié par le grand public. L'autopilote prend le contrôle d'un avion pour les tâches fastidieuses de vol en palier (vol de croisière). Il est évidemment en charge de tâches plus élaborées dans un drone, notamment pour les questions de bas niveau de stabilisation d'assiette, et de plus haut niveau comme la conduite d'une trajectoire. Dans les fusées et missiles, l'Automatique assure le pilotage complet du système. Par exemple, dans le cas du lanceur lourd Ariane 5, le pilotage (conduite autour du centre de gravité) et le guidage (conduite du centre de gravité) sont entièrement réalisées par les algorithmes à bord. Aucune intervention humaine n'est possible hormis l'envoi de l'ordre de destruction du lanceur depuis le sol.

Les questions de guidage font souvent appel à des méthodes d'optimisation. En effet, étant donné un point de départ et un point d'arrivée, c'est la trajectoire suivie par le centre de gravité du véhicule qui définit en grande partie la performance. Ces questions sont en général résolues hors-ligne, c'est à dire avant le vol. L'optimisation a en général pour objectif la minimisation du carburant, ce qui permet en conséquence la maximisation de la charge utile. C'est jusqu'à présent la logique qui a prévalu pour les lanceurs spatiaux. Les méthodes de résolution font appel à la théorie du calcul des variations, du principe du maximum de Pontryaguine [Pea74, BH69] et permettent de traiter de nombreuses variantes, notamment les discontinuités (saut) de la dynamique lors des séparations d'étages du lanceur, qui peuvent intervenir à des instants définis implicitement par la traversée d'une condition régulière. Le point final peut être lui aussi défini implicitement comme appartenant à une orbite spécifiée, ou être un point de rendez-vous avec un objet déjà en orbite (une station ou un module spatial).

La prise en compte de contraintes d'état pose des difficultés supplémentaires. Il est très naturel pour l'application d'imposer ce type de contraintes dans le calcul d'une trajectographie optimale. Pour un lanceur, ces contraintes sont par exemple : la limitation des angles d'attaque dans les phases aérodynamiques, la limitation des flux thermiques, la nécessité d'être en visibilité d'au moins une des stations radar au sol à tout instant. La particularité de ces contraintes est qu'elles s'expriment au moyen de l'état qui est défini par tout l'historique de la commande. En conséquence, on ne dispose pas de caractérisation simple permettant de calculer les trajectoires optimales sous contraintes. Le développement de méthodes de calcul approché est un thème actif de recherche [BC95, MM01, BFLT03, MP95, Pes89, Bet01, GKPC10, MCP14].

Les questions de navigation concernent l'estimation à partir de capteurs embarqués de l'état du système considéré comme un corps à 6 degrés de liberté (3 translations, 3 rotations). Ces algorithmes reposent sur les principes de la navigation inertielle (utilisant gyroscope, accéléromètres, vitesse radar) complétés depuis quelques temps par les mesures GPS. Les principales complexités sont contenues dans les algorithmes de navigation inertielle, utilisant les capteurs embarqués, mesurant des grandeurs définies dans des référentiels inertiels ou géocentrés (en Terre tournante), en interdépendance les uns avec les autres (dans le cas des plateformes gyro-stabilisés) [Fau71, TW04]. En complément de ces capteurs qui représentent un ensemble minimal nécessaire, on utilise des techniques de fusion de données, optimales en un sens stochastique (filtre de Kalman notamment) pour hybrider ces informations avec celles en provenance d'altimètres, de vélocimètres Pitot, de compas magnétiques, et du GPS. Suivant les cas considérés, on peut aussi disposer de capteurs à visée stellaire, ou de modèle géographiques locaux permettant de faire le point sur des repères connus.

Les questions de pilotage font appel à l'Automatique en boucle fermée. Les algorithmes développés ont pour objet la stabilisation autour des trajectoires calculées, et en particulier le rejet des perturbations rencontrées (vents latéraux, écarts entre poussées théoriques et poussées réelles des moteurs notamment). Dans ce cadre, on a souvent à résoudre des questions de commandabilité, et d'usage simultané de plusieurs commandes pour réaliser un objectif. Là aussi des objectifs de performances doivent être pris en compte, pour ne pas risquer de remettre en cause le bilan carburant initialement prévu lors de la phase d'optimisation de trajectoire. On prend donc des marges de manœuvre. Plus le calcul de ces marges est précis et plus on pourra prévoir au plus juste<sup>(3)</sup>. Ceci a un impact direct sur la performance économique d'un lanceur. Toute masse de carburant inutile est une masse de charge utile qu'on n'emporte pas en orbite. La rentabilité économique du lanceur dépend donc grandement de ce travail d'Automatique.

Les systèmes spatiaux sont souvent vus comme des corps rigides. En fait on peut y trouver une grande variété. Un lanceur lourd, comme Ariane 5, présente des modes souples non négligeables, dus à la grande finesse de matériaux utilisés pour la construction, dans un souci de gain de masse. Un satellite utilisant des panneaux solaires va subir des oscillations comme celles observées sur une poutre flexible actionnée par un couple à une de ses extrémités lors des manœuvres de réorientation (les panneaux vont se mettre à battre). D'ailleurs, les masses internes peuvent aussi se mettre en mouvement comme les ergols (carburants liquides) présents dans les réservoirs. Les ballottements indésirables sont une source de vibration préjudiciable à la performance, notamment lorsque des objectifs de qualité de pointage angulaire précis sont requis.

**3.1. Le concept de lanceur réutilisable.** — Dernièrement, on a pu voir émerger une application saisissante de lanceur réutilisable (Falcon 9 de SpaceX). Ce concept a été l'objet de nombreux projets antérieurs, qui se sont heurtés à deux obstacles : la

---

3. On trouvera un problème analogue pour les satellites dont le carburant est utilisé pour maintenir le plus efficacement possible l'orbite et l'orientation de manière précise. Une fois à court de carburant, le satellite est inutilisable.

non rentabilité économique et des difficultés techniques de résistance des matériaux notamment. Là aussi, on a à faire à un problème d'optimisation. Pour le comprendre, il faut prendre en compte le lanceur et sa chaîne de production, notamment la construction des moteurs. Les concepts actuels de lanceurs utilisent peu de moteurs, de grande puissance. Les concepts émergents de lanceur réutilisable utilisent dans un lanceur un grand nombre de petits moteurs, produits « à la chaîne ». Si le lanceur lui même est coûteux, notamment par ce qu'il doit utiliser une importante part de carburant pour revenir sur Terre, au prix d'un freinage puissant, le fait de le réutiliser en grande partie permet d'en produire une grande quantité avec une seule petite usine.

Les questions d'Automatique sont nombreuses pour un lanceur réutilisable, notamment pour la phase d'atterrissage. En boucle ouverte, il faut calculer une trajectoire réalisable avec la capacité limitée des moteurs (notamment en terme de modulation de la poussée qui ne peut pas être variée de manière continue) menant en un point particulier à vitesse nulle un système dont la masse varie très significativement au fur et à mesure qu'on utilise le carburant pour freiner. La question des conditions de stationnarité qualifiant les trajectoires optimales sous contraintes est sans doute relativement compliquée. En boucle fermée, il faut stabiliser un corps rigide en position verticale instable, de masse variable, en descente au travers d'une atmosphère de plus en plus dense et subissant des perturbations aérodynamiques (vent latéral) sans doute de plus en plus fortes au fur et à mesure qu'on se rapproche du point d'atterrissage. La question du nombre et de la force et capacité de modulation des actionneurs nécessaires reste encore ouverte.

Formellement, on cherche à résoudre le problème suivant

**Problème 6.** — *Soit la dynamique*

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}h = v \\ \frac{d}{dt}v = \frac{u - D(h, v)}{m} - \frac{1}{h^2} \\ \frac{d}{dt}m = -\frac{u}{c} \end{cases}$$

avec  $h(0) > 0$ ,  $v(0) < 0$ ,  $m(0) > m_{min} > 0$ <sup>(4)</sup>, trouver une loi de commande  $u$  permettant d'atteindre  $h(T) = 0$ ,  $v(T) = 0$ ,  $m(t) \geq m_{min}$  où  $T$  est libre, telle que

$$u(t) \in S = a \cup [b, c], b > a, \quad \forall t \in [0, T]$$

**3.2. La problématique des débris.** — On a récemment pris conscience du risque associé à la présence de débris en orbite basse, qui se sont accumulés depuis les débuts de la conquête spatiale, au fur et à mesure qu'on a laissé en orbite des étages de lanceurs, des sondes, ou des satellites en fin de vie. La collision de ces débris entraîne la création de nouveaux débris en un processus qui, si la densité atteint une valeur critique a été démontrée être divergente. C'est le syndrome de Kessler [KCP78].

Pour être dangereux, un débris n'a pas besoin d'être gros. Un objet de quelques millimètres peut suffire à pulvériser un véhicule spatial s'il l'atteint avec une vitesse

4. Où  $D$  est un terme connu contenant la gravité et la pression dynamique.

suffisante. C'est malheureusement le cas de ces débris en orbite basse. Pour ces raisons, on envisage aujourd'hui de mener des actions permettant de réduire le nombre de débris [BGA09, Bon13, Ans10]. Les principales idées convergent vers la capture de gros débris, qui sont les plus susceptibles d'initier le syndrome de Kessler<sup>(5)</sup>. La capture de ces objets est une question difficile, aujourd'hui très ouverte. Parmi les solutions, on imagine que des véhicules autonomes (drones spatiaux) pourraient partir à la chasse de ces débris. Une première solution consiste à les freiner en les bombardant de petits projectiles dégradables en temps court sous la présence de rayonnement UV. Une autre solution consiste à les harponner avec un câble pour les tracter ensuite vers la Terre. Dans les deux cas, on compte sur le freinage atmosphérique pour détruire ces objets.

Dans la première solution consistant à bombarder l'objet, il faut réduire son énergie cinétique. Pour que le bombardement soit efficace, il faut viser le centre de gravité de l'objet, face à son vecteur vitesse et veiller à ce que les impacts ne mettent pas le corps en rotation, ce qui rendrait la stratégie inefficace. Se posent alors d'intéressantes questions de mesure de rotation du débris. Des techniques de traitement d'image peuvent être utilisées pour cela, mais elles peuvent être remises en cause par les conditions d'illumination variable en orbite. Une autre solution consiste à accrocher un système de capteurs sur le débris lui-même (par exemple au moyen d'un premier projectile). Ce système peut ensuite transmettre les informations permettant de surveiller l'indésirable mise en rotation du débris. Pour mesurer la rotation d'un corps rigide au moyen de capteurs placés sur le corps, on connaît essentiellement deux solutions. La première consiste à utiliser un gyroscope qui est un capteur cher et relativement fragile. La seconde consiste à utiliser des « capteurs de direction », c.-à-d. des capteurs fournissant une mesure de deux directions connues. On peut ainsi repérer son orientation par rapport à des corps célestes : le Soleil, la Terre. Ces solutions reposent sur des principes optiques bien plus élémentaires que le traitement d'image, il s'agit d'analyse de l'intensité lumineuse dans différents spectres. Une autre solution est de se repérer par rapport à un centre magnétique connu, comme cela est le cas en orbite grâce à des modèles du champ perceptible (IGRF). Les signaux mesurés par un tel capteur de direction forment des courbes régulières sur la sphère unité. Ces courbes sont plus ou moins complexes suivant le moment cinétique et l'énergie cinétique du corps en rotation.

Formellement, on considère le problème suivant

**Problème 7.** — *Soit des mesures engendrées par*

$$a(t) = R(t)^T a^0 \in \mathbb{R}^3$$

---

5. L'explosion en janvier 2007 du satellite Fengyun-1C dont les débris ont frôlé la station spatiale internationale en avril 2011 ainsi que la présence en orbite basse du grand satellite ENVISAT (8 tonnes) désormais hors service depuis mai 2012 ont éveillé la sensibilité des autorités internationales sur ce sujet.

avec

$$\dot{R} = R \begin{pmatrix} 0 & -w_3 & w_2 \\ w_3 & 0 & -w_1 \\ -w_2 & w_1 & 0 \end{pmatrix} \triangleq R \times w$$

avec  $w \triangleq (w_1 \ w_2 \ w_3)^T$  et

$$\dot{w} = J^{-1}(Jw \times w)$$

où  $J$  est une matrice d'inertie connue et  $a^0$  un vecteur constant. Déterminer un algorithme permettant d'estimer  $w$  sans opérer de dérivée temporelle des mesures.

On connaît la description de ces courbes au moyen des fonctions elliptiques de Jacobi, fournissant indirectement une solution aux équations de rotation libre d'Euler. On reproduit en Figure 11 de telles courbes. L'étude des équations d'Euler montre qu'il est possible de reconstruire la vitesse de rotation comme le ferait un gyroscope au moyen des capteurs de directions. Un seul capteur est nécessaire dans presque tous les cas (exception faire des singularités), deux capteurs de direction non colinéaires permettent de résoudre tous les cas. Cette propriété permet d'envisager une solution économiquement viable à la capture des débris, qui sera vraisemblablement consommateur d'un grand nombre de ce type de systèmes. Les propriétés de convergence sont établies dans un cadre général, où les ratios d'inertie ne sont pas nécessairement connus. C'est aussi une nécessité pratique, car les débris considérés ne sont vraisemblablement plus dans le dernier état théorique connu (par exemple lors de la séparation d'un étage). Ils ont sans doute subi des chocs ou des ruptures mécaniques. L'étude d'observabilité permettant d'établir la convergence des algorithmes est relativement compliquée [Mag15]. De manière intéressante, cette complexité n'a aucun impact sur l'algorithme lui-même, qui peut rester d'une grande simplicité. D'un point de vue pratique, ces algorithmes peuvent être des observateurs asymptotiques conçus d'après des équations en temps continu, où, dans des cas particuliers des algorithmes de détection de phase pour un signal à 2 dimensions échantillonné. Dans ce cas, le traitement nécessite de résoudre des problèmes bien spécifiques, comme la détermination numérique du centre d'un nuage de point, leur projection sur un cercle unitaire optimal, en dépit de la densité irrégulière observée dans les mesures. On reproduit sur la Figure 10 deux étapes du traitement des données.

Dans la deuxième solution, la question essentielle est de déterminer comment un système relativement léger et peu puissant peut tracter un système lourd et potentiellement en rotation forte au moyen d'un câble (flexible). En faisant abstraction de la rotation du débris, le problème est celui du remorquage d'un gros objet par un petit. On observe ce problème dans le domaine maritime et on voit bien que le remorqueur doit utiliser le maximum de la puissance disponible tout en effectuant des manœuvres assez radicales pour maîtriser l'orientation du bateau à déplacer. C'est la même chose ici, sauf qu'en plus on ne dispose d'aucune dissipation naturelle pour atténuer les maladresses éventuelles engendrant des prises de vitesse non désirées. Il faut donc veiller à exécuter le mieux possible la manœuvre. On en déduit que le chasseur doit pouvoir disposer de moteurs réactifs à poussée modulable. Une autre difficulté supplémentaire qui apparaît critique ici est que le câble est un système totalement flexible et qui ne permet que la transmission des forces positives lorsqu'il est tendu.

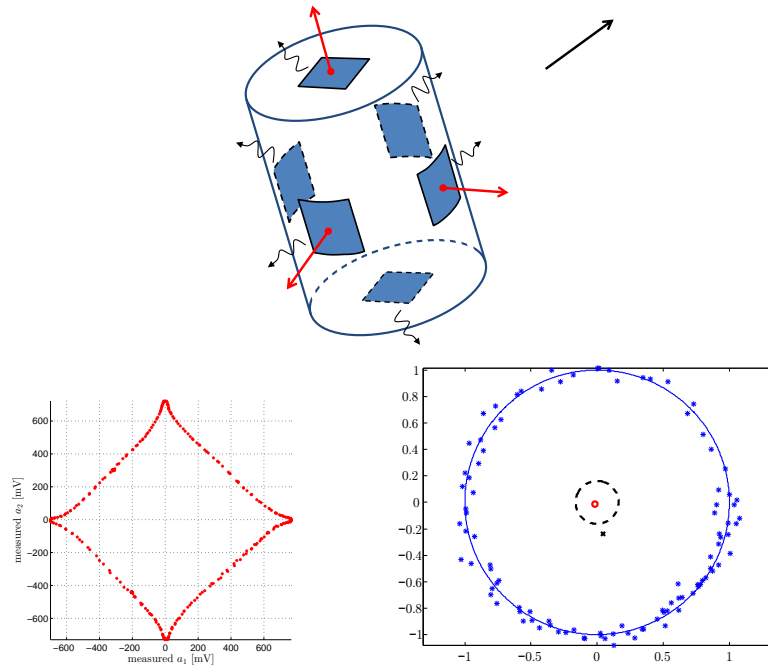


FIGURE 10. Le principe des capteurs de luminosité placés sur le bord du corps rigide en mouvement. Deux étapes du traitement des mesures brutes fournies par 4 capteurs coplanaires. Les données doivent appartenir à un cercle unitaire parcouru d'après la vitesse angulaire de rotation. Le centre (rouge) est déterminé comme le centre de Chebyshev de l'ensemble des sommets du polygone. On le détermine en résolvant un problème de programmation linéaire, régulièrement remis à jour en temps réel. D'après [Mag15].

On ne peut pas freiner directement. Si en plus le système tracté est en rotation, on peut avoir un problème supplémentaire. Une faible vitesse de rotation engendrera un simple frémissement du système (voir Figure 14). Par contre une trop grande vitesse de rotation engendrera un enroulement du câble autour du débris et la destruction rapide du chasseur qui viendra s'écraser sur le débris qu'il essayait de tracter. L'analyse des équations de la dynamique de ce système poly-articulé permet de calculer la valeur critique de la rotation, admissible, ainsi qu'en théorie, la dérive séculaire d'orientation de la trajectoire, voir Figure 13.

**3.3. Munitions guidées.** — Un dernier problème que nous voulons mentionner ici, en liaison avec les précédents, est le thème des munitions guidées. Les années à venir vont voir apparaître différents systèmes de munitions intelligentes, de plus ou moins gros calibre. Sur les petits modèles, qui seront sans doute les plus utilisés en volume, l'effet recherché est d'atteindre une cible en mouvement ou de déclencher un

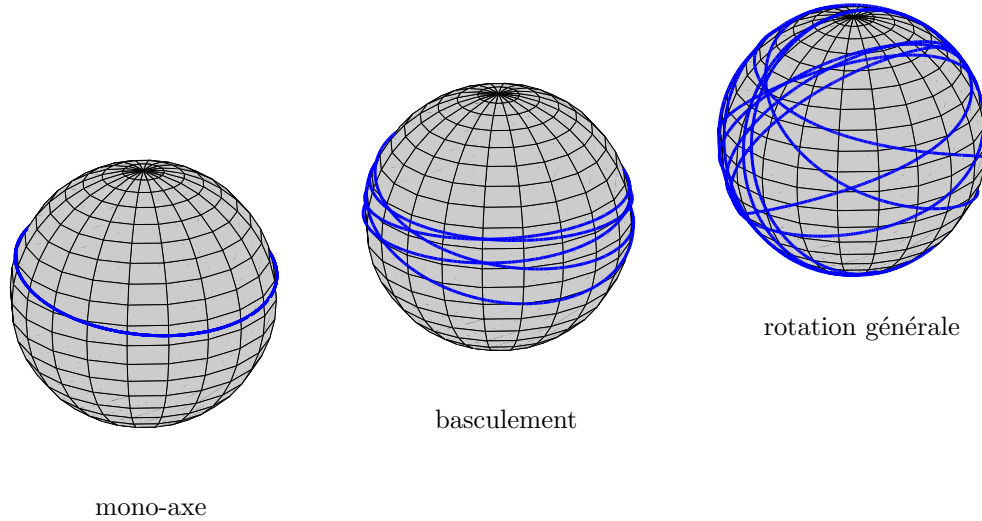


FIGURE 11. Mesure d'un capteur de direction fixé sur un corps rigide en rotation libre [Mag15].

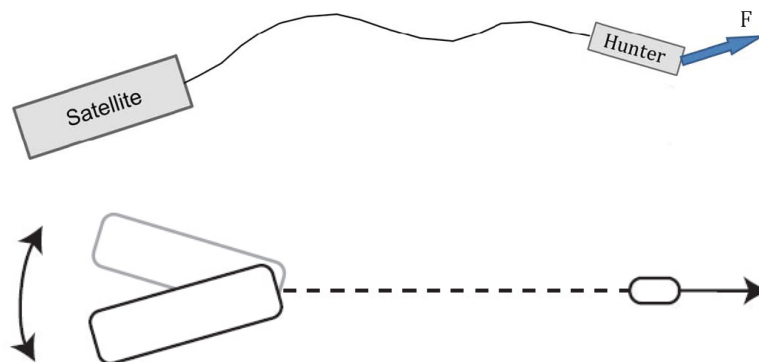


FIGURE 12. Système de traction souple pour un débris spatial (haut). Oscillations en « queue de chien » (bas).

effet explosif à une distance définie par l'utilisateur et pas seulement subie car définie par le lieu d'impact. On part en doctrine militaire d'un changement de paradigme, car la possibilité de déclencher l'explosion d'une munition à une distance choisie permet la neutralisation d'une cible derrière un point d'abri. Cette capacité aura des effets certains dans les conflits urbains notamment.

Deux questions classiques de l'Automatique se posent ici naturellement : commande et estimation d'état. Pour dévier la trajectoire d'un tel engin il faut exercer avec un

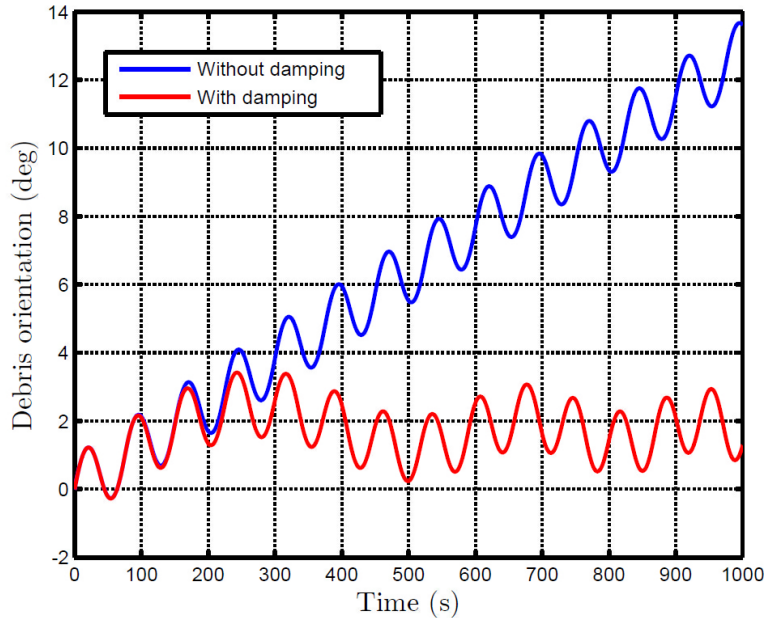


FIGURE 13. Dérive séculaire du débris pendant la traction (avec amortissement interne ou sans).

effet de levier, un couple par l'application d'une force de poussée latérale. Deux angles sont à commander, et il faut donc 4 jets pour pouvoir les commander. En effet, un jet est soit nul soit positif, il ne peut pas être négatif. Pour engendrer toutes les directions du plan, il faut donc ces 4 effecteurs. Une analyse moins rudimentaire montre que puisque la munition est en rotation spinnée à haute vitesse, on peut obtenir pratiquement le même effet (au sens de la moyenne sur un tour) avec un seul effecteur déclenché judicieusement au passage de chaque quadrant lors de la rotation. La correspondance entre la dynamique à 4 effecteurs et celle à un seul effecteur se fait pas un calcul analytique, avec un certain degré de précision. La commandabilité est donc assurée avec un seul effecteur, ce qui simplifie la construction et réduit le coût du système. Par contre, elle suppose qu'on connaît avec précision la rotation du système, ce qui met au premier plan la question de l'observabilité de cette grandeur. Il s'agit là encore du problème de l'estimation de la rotation d'un corps rigide au moyen de capteurs embarqués, notamment des capteurs de direction comme évoqué dans le cas des débris spatiaux.

#### 4. Perspectives

De nombreux autres systèmes font intervenir l'Automatique de manière centrale dans leur développement technologique. Citons par exemple l'exosquelette de la jeune



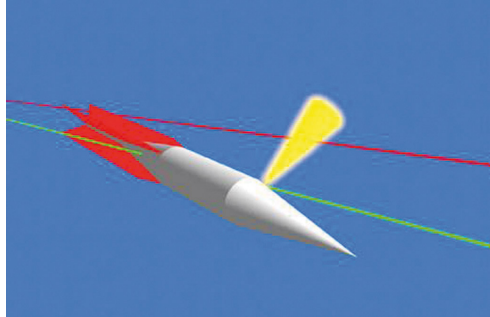


FIGURE 14. Munition guidée lancée au canon. Concept GSP de l'Institut Saint-Louis.

entreprise Wandercraft, représenté à la Figure 15. Ce système est conçu pour redonner la marche à des personnes ayant perdu l'usage de leur jambe. En inclinant son torse, l'utilisateur de l'exosquelette donne des ordres de marche à ce système. Le déséquilibre initié par l'utilisateur est compensé par le système. Ce système est en cours de développement. Plusieurs questions fondamentales peuvent être formulées ici. La notion de point d'équilibre doit être remplacée par la notion de trajectoire de référence car l'objectif est de réaliser des cycles de marche. La question de la stabilité du mouvement doit donc être revue dans ce cadre beaucoup plus général. La trajectoire est solution non plus d'une équation dynamique mais de plusieurs s'exprimant successivement. Elles sont connectés par les conditions au sol suivant les formes d'appui : sur une jambe ou sur deux. On a ici un système hybride. La personne utilisatrice est en interaction avec l'engin. La stabilité en est perturbée dans un sens très particulier et naturel.

*Remerciements.* — L'auteur tient à remercier ses collègues du Centre Automatique et Systèmes, Ch. Bonnal, E. Bourgeois et B. Carpentier du CNES, M. Chèbre de TOTAL, J. Chauvin, Y. Creff et O. Lepreux de l'IFPen, S. Changey de l'ISL pour les nombreuses discussions et leurs collaborations scientifiques ayant permis la rédaction de ce document.

### Références

- [Ans10] M. Ansdell. Active space debris removal : Needs, implications, and recommendations for today's geopolitical environment. *Journal of Public and International Affairs*, 21 :7–22, 2010.
- [BC95] F. Bonnans and E. Casas. An extension of Pontryagin's principle for state-constrained optimal control of semilinear elliptic equations and variational inequalities. *SIAM J. Control & Opt.*, 33(1) :274–298, 1995.
- [BCLP14] A. Bonfils, Y. Creff, O. Lepreux, and N. Petit. Closed-loop control of a SCR system using a NOx sensor cross-sensitive to NH3. *Journal of Process Control*, 24(2) :368–378, 2014.



FIGURE 15. Exosquelette de la société Wandercraft.

- [Bet01] J. T. Betts. *Practical Methods for optimal control using nonlinear programming*. Advances in Design and Control. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, 2001.
- [BFLT03] B. Bonnard, L. Faubourg, G. Launay, and E. Trélat. Optimal control with state constraints and the space shuttle re-entry problem. *Journal of Dynamical and Control Systems*, 9(2) :155–199, 2003.
- [BGA09] Ch. Bonnal, J. Gigou, and D. Aubin. Space debris mitigation measures applied to european launchers. *Acta Astronautica*, 65 :1679–1688, 2009.
- [BH69] A. E. Bryson and Y. C. Ho. *Applied Optimal Control*. Ginn and Company, 1969.
- [Bon13] Ch. Bonnal. Active debris removal : current status of activities in CNES. IAF workshop on space debris removal, Feb. 2013.
- [BP12] D. Bresch-Pietri. *Robust control of variable time-delay systems. Theoretical contributions and applications to engine control*. PhD thesis, MINES Paris-Tech, 2012.

- [BPCC06] M. Bernier, N. Petit, Y. Creff, and M. Chèbre. Method and device for controlling production of a mixture of components, in particular a mixture with pre-mix dead volumes. Patent, May. 2006. Dépôt 06.04868, extended may 2007 PCT/FR2007/000886, GCCP/2007/8408, Thailand 0701002593.
- [Bro73] K. E. Brown. *Gas lift theory and practice*. Petroleum publishing CO., Tulsa, Oklahoma, 1973.
- [CCP07] J. Chauvin, G. Corde, and N. Petit. Transient control of a Diesel engine airpath. In *Proc. of the 2007 American Control Conference*, 2007.
- [CCP10] M. Chèbre, Y. Creff, and N. Petit. Feedback control and optimization for the production of commercial fuels by blending. *Journal of Process Control*, 20(4) :441 – 451, 2010.
- [CCP11] M. Chèbre, Y. Creff, and N. Petit. Handling parameter ranking, equalities and bounds in adaptive control of blending systems. In *Proc. of the 18th IFAC World Congress*, 2011.
- [CCPR07] J. Chauvin, G. Corde, N. Petit, and P. Rouchon. Periodic input estimation for linear periodic systems : automotive engine applications. *Automatica*, 43(6) :971–980, 2007.
- [Cha06] J. Chauvin. *Estimation and Control of a Diesel HCCI Engine. Estimation for Time Periodic Systems*. PhD thesis, MINES ParisTech, 2006.
- [Cor94] J.-M. Coron. On the stabilization of controllable and observable systems by an output feedback law. *Mathematics of Control signals and Systems*, 7 :187–216, 1994.
- [CP12] J. Chauvin and N. Petit. Periodic inputs reconstruction of partially measured linear periodic systems. *Automatica*, 43 :971–980, 2012.
- [DMA15] F. Di Meglio and U. J. F. Aarsnes. A distributed parameter systems view of control problems in drilling. In *IFAC Oil & Gas Workshop 2015*, 2015.
- [DMKPA12a] F. Di Meglio, G. O. Kaasa, N. Petit, and V. Alstad. Model-based control of slugging : advances and challenges. In *IFAC Workshop on Automatic Control in Offshore Oil and Gas Production 2012*, 2012.
- [DMKPA12b] F. Di Meglio, G.-O. Kaasa, N. Petit, and V. Alstad. Stabilization of slugging in oil production facilities with or without upstream pressure sensors. *Journal of Process Control*, 22 :809–822, 2012.
- [Fau71] P. Faurre. *Navigation inertielle et filtrage stochastique*. Méthodes mathématiques de l’informatique. Dunod, 1971.
- [GKPC10] K. Graichen, A. Kugi, N. Petit, and F. Chaplais. Handling constraints in optimal control with saturation functions and system extension. *Systems & Control Letters*, In Press(.) :, 2010.
- [Ii99] A. M Il’ in. *Partial Differential Equations : Asymptotic Methods for Partial Differential Equations*, volume 34 of *Encyclopedia of Mathematical Sciences*, chapter The exponential boundary layer. Springer-Verlag, 1999.
- [KCP78] D. J. Kessler and B. G. Cour-Palais. Collision frequency of artificial satellites : The creation of a debris belt. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 83(A6) :2637–2646, 1978.
- [KN00] U. Kiencke and L. Nielsen. *Automotive Control Systems For Engine, Drive-line, and Vehicle*. Springer, 2000.

- [LCP12] O. Lepreux, Y. Creff, and N. Petit. Model-based temperature control of a diesel oxidation catalyst. *Journal of Process Control*, 22 :41–50, 2012.
- [Lep09] O. Lepreux. *Model-based Temperature Control of a Diesel Oxidation Catalyst*. PhD thesis, MINES ParisTech, 2009.
- [Mag15] L. Magnis. *Estimation of angular rate from direction sensors*. PhD thesis, MINES ParisTech, 2015.
- [MCP14] P. Malisani, F. Chaplais, and N. Petit. An interior penalty method for optimal control problems with state and input constraints of non-linear systems. *Optimal Control Applications and Methods. Online open article.*, 2014.
- [MM01] H. Maurer and H. Mittelmann. Optimization techniques for solving elliptic control problems with control and state constraints. Part 2 : Distributed control. *Comp. Optim. Applic.*, 18 :141–160, 2001.
- [MP95] H. Maurer and H. Pesch. Solution differentiability for parametric nonlinear control problems with control-state constraints. *Journal of Opt. Theory and Applic.*, 86(2) :285–309, 1995.
- [Nus83] R. D. Nussbaum. Some remarks on a conjecture in parameter adaptive control. *Systems and Control Letters*, 3 :243–246, 1983.
- [Pea74] L. Pontryagin and et al. *Théorie Mathématique de Processus Optimaux*. Editions Mir, Moscou, 1974.
- [Pes89] H. Pesch. Real-time computation of feedback controls for constrained optimal control problems. part1 : Neighboring extremals. *Optimal Control Applications and Methods*, 10 :129–145, 1989.
- [Pet15] N. Petit. Analysis of problems induced by imprecise dating of measurements in oil and gas production. Keynote. In *Proc. of the ADCHEM 2015, International Symposium on Advanced Control of Chemical Processes 2015*, 2015.
- [Pra92] L. Praly. Observation  $y = x^2$ . Technical report, Centre Automatique et Systèmes, MINES ParisTech, April 2nd 1992.
- [PTP14] A. Prével, A. Trihoreau, and N. Petit. Geographically-distributed databases : A big data technology for production analysis in the oil & gas industry. In *Proceedings of SPE Intelligent Energy Conference and Exhibition*, volume SPE167844, 2014.
- [Roc41] Y. Rocard. *Théorie des oscillateurs*. Paris, édition de la Revue Scientifique, 1941.
- [RSP<sup>+</sup>11] M.R. Rahimpour, M. Seifi, K. Paymooni, A. Shariati, and S. Raeissi. Enhancement in NGL production and improvement in water dew point temperature by optimization of slug catchers' pressures in water dew point adjustment unit. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 3(1) :326 – 333, 2011.
- [Sin06] L. Sinègre. *Dynamic study of unstable phenomena stepping in gas-lift activated wells*. PhD thesis, MINES ParisTech, 2006.
- [SPM05] L. Sinègre, N. Petit, and P. Ménégatti. Distributed delay model for density wave dynamics in gas lifted wells. In *Proc. of the 44th IEEE Conf. on Decision and Control, and the European Control Conference 2005*, 2005.
- [TW04] D.H. Titterton and J.L. Weston. *Strapdown Inertial Navigation Technology*. The American Institute of Aeronautics and Aeronautics, Reston, USA, 2 edition, 2004.

- [Wig60] E. P. Wigner. The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences. Richard Courant lecture in mathematical sciences delivered at New York university, may 11, 1959. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 13(1) :1–14, 1960.

---

NICOLAS PETIT, MINES ParisTech, PSL Research University, CAS - Centre automatique et systèmes,  
60 bd St Michel 75006 Paris, France • *E-mail* : [nicolas.petit@mines-paristech.fr](mailto:nicolas.petit@mines-paristech.fr)

