

Ecole Centrale Paris  
Module thématique Optimisation de trajectoires  
TP Informatique 1

Nicolas Petit  
petit@cas.ensmp.fr

2 juin 2003

Pour Matlab: /v15/produits/matlab5.3/bin/matlab

## 1 Exercice

Soit  $f(u) = \sin(u+u^2) + u^4$ . Trouver son minimum sur  $] -1.5, 1.5[$  en écrivant en Matlab un algorithme de descente. Une valeur "précise" est  $-0.38374424192864$ . À combien pouvez-vous vous en approcher et en combien d'itérations ?

## 2 Exercice

Utiliser un algorithme par l'adjoint pour trouver une solution approchée du problème suivant

$$\min_{(x,y,z)} -(xy + 2xz + 3yz)$$

sous les contraintes

$$f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 1 = 0.$$

Une des solutions est  $x = 0.5409786$ ,  $y = 0.3937576$ ,  $z = 0.3638918$ . À combien pouvez-vous vous en approcher et en combien d'itérations ?

## 3 Problème de Newton

Il s'agit du calcul de la surface de révolution minimisant la traînée en vol supersonique. On commencera par retrouver la solution analytique puis on appliquera deux méthodes numériques différentes pour arriver au même résultat. Avec les notations présentées en cours, on suppose  $a = 1$ ,  $l = 4$ .

### Solution analytique

- Montrer que  $H$  est une constante le long de l'extrémale. Sous l'hypothèse que  $r(l) \neq 0$  montrer que  $u(l) = 1$  et  $H = -\frac{r(l)}{2}$ .
- Utiliser l'Hamiltonien dans l'équation différentielle satisfaite par l'adjoint pour obtenir

$$-\frac{1+u^2}{u^3} \frac{d}{du} \left( \frac{3}{4u} + \frac{u}{4} \right) = \frac{1}{r(l)} \frac{dx}{du}.$$

Intégrer cette relation pour obtenir

$$\frac{1}{4} \left( \frac{3}{4u^4} + \frac{1}{u^2} - \frac{7}{4} + \log u \right) = \frac{l-x}{r(l)}.$$

- Éliminer  $r(l)$  de la relation précédente en utilisant la conservation de l'Hamiltonien. Afficher  $u(x)$  et  $r(x)$ .

### **Méthode numérique utilisant l'algorithme du gradient**

Ecrire un script Matlab utilisant la méthode du gradient. Représenter  $u$  par  $N$  valeurs discrètes ( $N = 40$  ou plus). On pourra utiliser `ode23`, `interp1`. Montrer les itérations successives. Commenter les résultats.

### **Méthode numérique par méthode de tir**

Ecrire un script Matlab utilisant la méthode de tir. Pour trouver la bonne valeur de  $\lambda(t_0)$  on pourra utiliser `fsolve`. Montrer les itérations successives. On pourra utiliser la solution issue de l'algorithme du gradient comme point de départ de l'algorithme. Commenter les résultats. Faire varier  $l$  de 1 à 4 et afficher les résultats.